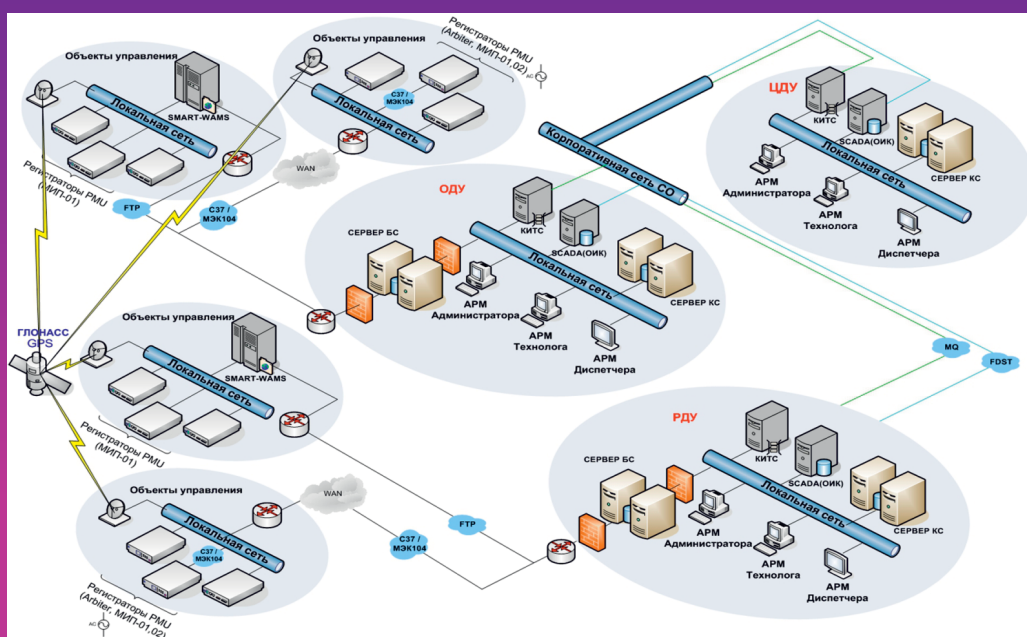


**П. И. БАРТОЛОМЕЙ  
В. А. ТАЩИЛИН**

# ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЗАДАЧ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКИ

Учебное пособие



Министерство образования и науки Российской Федерации  
Уральский федеральный университет  
имени первого Президента России Б. Н. Ельцина

**П. И. Бартоломей, В. А. Тащилин**

**ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ  
ЗАДАЧ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКИ**

Учебное пособие

Рекомендовано методическим советом УрФУ  
для студентов, обучающихся по направлению подготовки  
140400 «Электроэнергетика и электротехника»

Екатеринбург  
Издательство Уральского университета  
2015

УДК 621.31:004(075.8)

ББК 31.2я73+32.81я73

Б26

Рецензенты:

завкафедрой информатики ФГБОУ ВПО «Уральский государственный горный университет» канд. техн. наук, доц. *А. В. Дружинин*, проф. д-р техн. наук, действит. чл. Академии инженерных наук *Б. Б. Зобнин*;

советник директора ОАО «Системный оператор Единой Энергетической Системы» д-р техн. наук, действит. чл. Академии инженерных наук *П. М. Ерохин*

Научный редактор — канд. техн. наук *А. А. Суворов*

*На обложке изображение, использованное на презентации «Развитие технологий векторной регистрации параметров (WAMS) для задач автоматического управления электрическими режимами энергосистем» (авторы А. В. Жуков и Д. М. Дубинин)*

**Бартоломей, П. И.**

Б26 Информационное обеспечение задач электроэнергетики : учебное пособие / П. И. Бартоломей, В. А. Тащилин. — Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2015. — 108 с.

ISBN 978-5-7996-1504-8

Учебное пособие предназначено для студентов по программам бакалавриата и магистратуры. Содержание пособия связано с тематикой дисциплин «Специальные вопросы электрических систем» и «АСУ в ЭЭС».

Излагаются вопросы получения, преобразования и передачи информации, повышения достоверности телеизмерений в электроэнергетических системах, синтеза цифровых информационных систем на базе математической логики и теории дискретных автоматов.

Библиогр.: 8 назв. Рис. 57. Табл. 17.

УДК 621.31:004(075.8)

ББК 31.2я73+32.81я73

---

*Учебное издание*

**Бартоломей Петр Иванович, Тащилин Валерий Александрович**

## **ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЗАДАЧ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКИ**

Подписано в печать 08.09.2015. Формат 70×100 1/16. Бумага писчая.  
Плоская печать. Усл. печ. л. 8,7. Уч.-изд. л. 6,28. Тираж 200 экз. Заказ 241.

Редакционно-издательский отдел ИПЦ УрФУ

620049, Екатеринбург, ул. С. Ковалевской, 5

Тел.: 8 (343) 375-48-25, 375-46-85, 274-19-41

E-mail: rio@urfu.ru

Отпечатано в Издательско-полиграфическом центре УрФУ

620075, Екатеринбург, ул. Тургенева, 4

Тел.: 8 (343) 350-56-64, 350-90-13

E-mail: press-urfu@mail.ru

ISBN 978-5-7996-1504-8

© Уральский федеральный университет, 2015

# ВВЕДЕНИЕ

---

**П**ланирование и управление режимами электрических систем составляют важнейшую функцию автоматизированных систем диспетчерского управления (АСДУ) энергосистемами. Сложность и высокая размерность задач управления определяют необходимость применения компьютерных технологий в АСДУ. Рост и объединение электроэнергетических систем (ЭЭС) на параллельную работу сопровождалась сменой поколений вычислительной техники, в результате чего открывались новые возможности в использовании более совершенных математических методов для решения усложняющихся задач расчета установившихся и оптимальных режимов ЭЭС.

Одним из направлений повышения эффективности АСДУ энергосистемами был переход от отдельных программ к созданию больших комплексов, предназначенных для решения взаимосвязанных задач анализа режимов и принятия диспетчерских решений по управлению. При этом согласованность всех видов расчетов определялась не только их целевым назначением, но и использованием единой информационной базы.

За последние 20 лет осуществлялся переход к оперативно-диспетчерскому управлению, как сейчас принято говорить, в темпе реального процесса. Среди многочисленных задач АСДУ прогнозирование электропотребления и расчеты установившихся и оптимальных режимов занимают ведущее место как по своей значимости, так и по общему объему затрат на их выполнение. Сложность задач управления определяет иерархичность их решения с учетом специфики отечественной электроэнергетики, в которой все ЭЭС объединены в крупную протяженную единую энергосистему ЕЭС России.

С позиции территориального распределения функций АСДУ возникает задача выявления границ подсистем, в пределах которых должны решаться указанные вопросы. Чем ниже уровень управления и меньше управляемая подсистема, тем меньше размерность задач расчета режима, тем проще и быстрее их выполнение. Однако подсистемы не существуют автономно, их режимы взаимосвязаны, поэтому обособленные расчеты не могут обеспечить правильный результат, в связи с чем появляется необходимость в итерационной увязке и согласовании расчетов отдельных подсистем. Последнее сопряжено с передачей информации по каналам связи, обслуживающих диспетчерские службы ЭЭС на разных территориальных уровнях, что усложняет и затягивает принятие решений. Поэтому информация о ЭЭС и решение задач управления сосредотачиваются на более высоких уровнях АСДУ.

Как известно, любое управление невозможно без информации о состоянии объекта управления и его реакции на управляющие воздействия, поэтому важнейшей составляющей системы управления является **информационное обеспечение**.

Поскольку энергосистема является одним из самых сложных объектов управления, который характеризуется, во-первых, чрезвычайно высокой многопараметричностью, во-вторых, пространственной протяженностью, достигающей многих тысяч километров, то проблемы передачи информации всегда были и остаются актуальными.

## Важнейшие задачи управления режимами ЭЭС

В настоящее время функционирует система диспетчеризации, включающая в себя:

- Центральное диспетчерское управление (ЦДУ, г. Москва);
- Объединенные диспетчерские управления (ОДУ) — 7 объединенных энергосистем (ОЭС), в том числе, например, ОДУ Урала (г. Екатеринбург);
- Региональные диспетчерские управления (РДУ) со своими предприятиями электрических сетей (ПЭС), куда входят районные электрические сети (РЭС).

С точки зрения обеспечения временной иерархии решения задач управления в АСДУ следует выделить три последовательных этапа:

- подготовку информации и прогнозирование;
- планирование режимов;
- оперативное управление и коррекцию текущих режимов.

Открытое акционерное общество «Системный оператор Единой энергетической системы» (ОАО «СО ЕЭС») единолично осуществляет централизованное оперативно-диспетчерское управление Единой энергетической системой России через свои филиалы во всех регионах России.

*Автоматизированные системы управления (АСУ)* — это совокупность технических и программных средств, предназначенных для рационального управления сложными объектами с участием человека. Если объектом управления является человеко-машинная система, в рамках которой решаются не только технологические, но и экономические, административно-хозяйственные вопросы, то в АСУ выделяют соответствующие подсистемы, например, управление кадрами, управление финансами, управление строительством (развитием) и ряд других. Важнейшее место среди подсистем АСУ занимает **управление технологическим процессом (АСУ ТП)**.

Электроэнергетическая система относится к так называемым «большим системам кибернетического типа», которым присущи следующие свойства:

- многопараметричность;
- невозможность полного математического описания;
- двойственность природы и стохастичность поведения;
- быстрота протекания переходных процессов;
- иерархичность и взаимосвязь с внешней средой;
- многокритериальность.

Указанные свойства предопределяют неполную автоматизацию процесса управления и обязательное участие человека (диспетчера) в процессе управления. **Автоматизированные системы диспетчерского управления (АСДУ)** — это часть АСУТП, предназначенная для сбора информации об энергосистеме и диспетчерского управления режимами.

Структурные изменения в управлении электроэнергетикой России стали проходить в конце прошлого столетия при получении хозяйственной самостоятельности субъектов, входящих в РАО ЕЭС России.

Осуществляемый в настоящее время переход к рыночным экономическим отношениям в системе генерации и потребления электроэнергии привел к необходимости структурной увязки вопросов технологического и коммерческого управления. С осени 2002 года начали создаваться такие структуры, как АТС — Администратор торговой системы для решения вопросов коммерческого рынка, СО — Системный оператор для согласования технологического управления с требованиями рынка. СО (ОАО «СО ЦДУ ЕЭС») по своей структуре близок к ранее действующей схеме диспетчерского управления и иерархически имеет СО ЦДУ, филиалы СО ЦДУ ЕЭС на уровне ОДУ, РДУ — Региональные диспетчерские управления.

Во временном аспекте действует следующая последовательность решения главной задачи формирования суточного диспетчерского графика работы электростанций ЭЭС:

- формирование предварительного диспетчерского графика (ПДГ) — функция СО;
- формирование торгового диспетчерского графика (ТДГ) — функция АТС;
- формирование расчетного диспетчерского графика (РДГ) — функция СО.

Оптимизация режима ЭЭС является одной из важнейших задач диспетчерского управления независимо от того, в какой среде взаимодействия производителей и потребителей электроэнергии функционирует энергосистема. Хотя при этом критерии и алгоритмы поиска управляющих воздействий могут отличаться, все они основываются на отыскании экстремума некоторой целевой функции  $F(X)$ , где  $X$  — вектор (совокупность) регулируемых параметров, при помощи которых возможно изменение режима ЭЭС. В условиях централизованного планового управления определяется минимум затрат на производство и передачу электрической энергии при выпол-

нении заданных критериев надежности и качества электроснабжения потребителей, то есть задача планирования и оперативно-технологического управления режимами рассматривается как оптимизационная. В условиях конкурентного рынка ставится задача максимизации «благополучия» всех его участников. При этом методика оптимизации сохраняется при формировании ПДГ и с некоторой коррекцией может быть перенесена на РДГ.

## Этапы управления в АСДУ ЭЭС

Диспетчерское управление осуществляется на основе подчинения нижних уровней управления верхним. Задачи управления, решаемые на каждом уровне иерархии, специфичны, но цель одна — обеспечение потребителей электроэнергией требуемого качества и в необходимом объеме. Хотя экономическая самостоятельность регионов и рыночные отношения накладывают отпечаток на решение задачи управления и оптимизации, тем не менее во временном аспекте можно выделить три основных этапа.

**1. Прогнозирование суточных графиков электропотребления.** Известно, что для поддержания частоты 50 Гц в любой момент времени необходимо соблюдать баланс между генерируемой и потребляемой мощностью. Суммарное значение изменения потребляемой мощности во времени априори неизвестно. В связи с этим одной из первых задач АСДУ энергосистемами является прогнозирование суточных графиков нагрузки по активной и реактивной мощности с тем, чтобы на основании этого прогноза на следующем этапе запланировать выработку  $P_{\Gamma}$  в любой момент времени в соответствии с условием

$$P_{\Gamma} - P_{\Sigma} - \Delta P = 0.$$

Для обеспечения требуемого уровня напряжений в сети также должен соблюдаться баланс реактивной мощности

$$Q_{\Gamma} - Q_{\Sigma} - \Delta Q = 0.$$

При повышенной генерации реактивной мощности уровень напряжения в сети поднимается, а при обратной ситуации уровни напряжения могут оказаться ниже номинального. Большой дефицит реактивной мощности может привести к так называемой «лавине напряжения», сопровождающейся снижением напряжения во всей энергосистеме и полным погашением части потребителей, если при этом нет достаточных средств регулирования напряжения.

Прогнозирование электропотребления осуществляется на основе статистической обработки данных по электропотреблению за ряд предшествующих суток. Достоверное получение прогноза с приемлемой точностью основано на стабильности процесса электропотребления, цикличности и повторяемости в деятельности общества и предприятий.

Существует несколько методов и программ прогнозирования электропотребления. Энергосистемы отдают предпочтение тем из них, которые обеспечивают наименьшую погрешность в конкретных условиях.

Следует представлять, что фактическое поведение нагрузки отличается от прогноза, поэтому качество прогнозирования в существенной мере определяет и качество следующего этапа управления.

**2. Планирование оптимальной нагрузки станций.** В результате решения задачи прогнозирования получаются суточные графики требуемой мощности, в которых известны значения величин  $P$  и  $Q$  через каждый час (полчаса). Задача планирования оптимальной нагрузки станций заключается в распределении для каждого момента времени суммарной нагрузки системы между электростанциями. Даже в простейшей энергосистеме с двумя электростанциями данная задача многовариантна.

В основу выбора оптимального распределения нагрузки между электростанциями в монополярной системе управления положен критерий минимума издержек (затрат) на производство электроэнергии. Издержки на выработку мощности определяются в основном стоимостью сжигаемого на станциях топлива. На различных электростанциях издержки на выдаваемую мощность зависят от цены топлива, удельного расхода топлива и режима работы теплового оборудования. Для каждой станции существуют расходные характеристики, связывающие расход топлива с выдаваемой станцией мощностью. Если не учитывать разную цену топлива на электростанциях, то минимум издержек на производство электроэнергии сводится к минимизации суммарного расхода условного топлива на всех электростанциях с учетом различных ограничений на параметры режима.

В результате расчетов по программе оптимизации на каждую станцию выдается ее диспетчерский график нагрузки на следующие сутки. Станция обязана работать в соответствии с этим графиком, но при этом и на самой станции возможна внутростанционная оптимизация режима, так как требуемая величина суммарной генерации может быть выработана по-разному. Цели внутростанционной оптимизации режима заключаются в распределении суммарной мощности между агрегатами для достижения минимума расхода топлива на электростанции. Выбор состава работающего в системе и на станциях оборудования и его оптимальная загрузка рассчитываются также предварительно на основании прогнозных данных.

В условиях конкурентного рынка, планирование суточного диспетчерского графика работы электростанций основывается на максимизации функции «благополучия» всех субъектов рынка при соблюдении технологических требований. В связи с этим, как было отмечено выше, появляются стадии формирования ПДГ, ТДГ и РДГ. Особенности данного этапа управления рассмотрены ниже, в соответствующем разделе.



**3. Оперативная коррекция режимов.** Две основные причины приводят к необходимости коррекции ранее запланированных режимов:

1) поведение нагрузки не соответствует прогнозу, а это означает, что режим становится неоптимальным. При достаточно существенном отклонении режима от условий оптимальности необходима его дооптимизация и соответствующая коррекция. На рис. В.1 показаны области оптимальных режимов (ООР), нормальных режимов (ОНР) и утяжеленных режимов (ОУР). Трактория  $AB$  соответствует действиям диспетчера в рассматриваемой ситуации. Имеется в виду, что режим  $A$  не связан с нарушением режимных ограничений (он принадлежит ОНР), но есть возможность экономии затрат на производство электроэнергии при переходе в ООР;

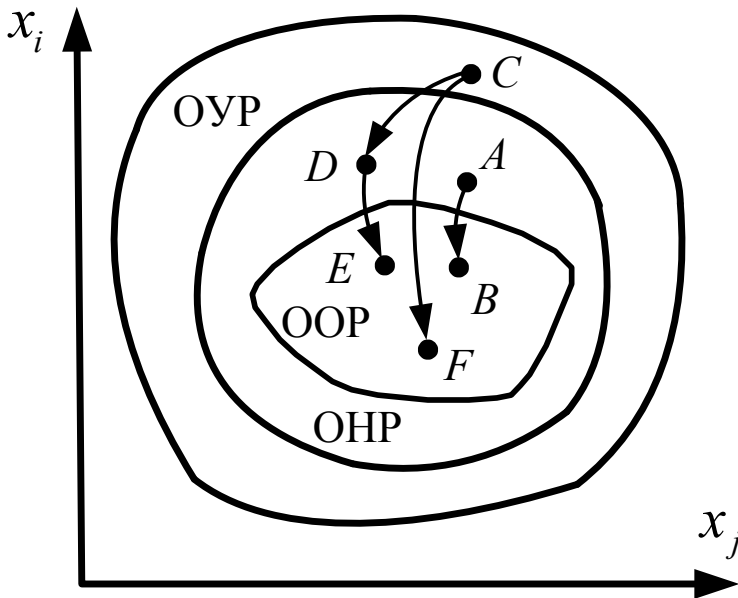


Рис. В.1. Области устойчивых, нормальных и оптимальных режимов

2) внутренние состояния ЭЭС могут неожиданно измениться, например, из-за коротких замыканий, аварий и выхода из работы крупных блоков, ЛЭП и другого оборудования. При этом запланированный режим может стать не только не оптимальным, но даже и недопустимым с точки зрения качества и надежности электроснабжения потребителей. Возникает задача его текущей коррекции на основе сложившихся условий функционирования ЭЭС. На рис. В.1 показана точка  $C$ , принадлежащая ОУР. Здесь  $x_i$ ,  $x_j$  — регулируемые параметры.

Как правило, попаданию в ОУР предшествует работа автоматических устройств, от локальных устройств релейной защиты до системной автоматики регулирования напряжения (АРН), автоматической частот-

ной разгрузки (АЧР), автоматики предотвращения нарушения устойчивости (АПНУ) и автоматики регулирования частоты и активной мощности (АРЧМ). Типичным примером режима, соответствующего точке  $C$ , является послеаварийный режим, в котором в результате действия автоматики могут быть перегрузки ЛЭП до 8 % запаса устойчивости. Задача диспетчера состоит в определении и реализации управляющих воздействий для перевода режима в ОНР (траектория  $CD$  на рис. В.1, например, для обеспечения не 8, а 20 % запаса устойчивости) с последующей дооптимизацией при необходимости (траектория  $DE$ ) или сразу в ООР (траектория  $CF$ ).

Таким образом, в процессе функционирования энергосистемы различные аварийные ситуации устраняются с помощью устройств релейной защиты и автоматики. К числу таких мер относится отключение блоков, ЛЭП, трансформаторов и другого оборудования после коротких замыканий. При этом может происходить отключение части потребителей, поэтому необходимы меры по скорейшему восстановлению для них электроснабжения. Кроме того, аварийное отключение части оборудования, как правило, приводит к перегрузке оставшегося оборудования, и необходимо принимать меры по его разгрузке. Зачастую также складываются ситуации, когда располагаемой генерации недостаточно для покрытия нагрузки всех потребителей. В этом случае диспетчер вынужден прибегать к ограничению нагрузки, т. е. к отключению части неответственных потребителей 2-й и 3-й категории.

Все три этапа управления удобно проиллюстрировать следующим образом (рис. В.2). Рассмотрим часовой интервал  $\Delta t$  работы ЭЭС. В результате прогноза суммарного электропотребления, включающего в себя как нагрузку потребителей  $P_{\text{н}}^{\text{ПР}}$ , так и потери мощности в электрической сети

$$P_{\text{эл}}^{\text{ПР}} = P_{\text{н}}^{\text{ПР}} + \Delta P^{\text{ПР}},$$

получается прогнозное значение суммарной генерируемой мощности

$$P_{\text{г}}^{\text{ПР}} = P_{\text{эл}}^{\text{ПР}}.$$

Считая, что в течение заданного интервала усредненное значение  $P_{\text{г}}^{\text{ПР}} = \text{const}$ , можно решить задачу второго этапа — распределение величины  $P_{\text{г}}^{\text{ПР}}$  между всеми  $N$  источниками генерации:  $P_{\text{г}1}, P_{\text{г}2}, \dots, P_{\text{г}i}, \dots, P_{\text{г}N}$ .

Образно говоря, нужно суммарную генерируемую мощность  $P_{\text{г}}^{\text{ПР}}$ , как слоеный пирог, правильно разрезать и выявить долевое участие каждого генератора  $P_{\text{г}i}$ . Однако фактическое поведение нагрузки электропотребления, во-первых, не может быть неизменным на интервале планирования  $\Delta t$ , во-вторых, фактическая величина  $P_{\text{эл}}^{\Phi}$  может отличаться от  $P_{\text{эл}}^{\text{ПР}}$  как в среднем, так и в динамике, что и показано на рис. В.2. Если бы все  $N$  генераторов (станций) неукоснительно следовали диспетчерскому графику, то в любой момент времени был бы небаланс мощности  $\delta P_i$  и частота не соответствовала значению  $f_0 = 50$  Гц. На интервалах, когда суммарное

электропотребление меньше генерируемой мощности ( $P_{\text{эп}}^{\Phi} < P_{\text{эп}}^{\Phi}$ ), частота возрастает ( $f > f_0$ ), в случае же, когда  $P_{\text{эп}}^{\Phi} > P_{\text{эп}}^{\Phi}$ , частота уменьшается ( $f < f_0$ ). Поэтому, по крайней мере, одна станция (пусть это станция  $N$ ) должна принимать на себя появляющийся небаланс  $\delta P_i$  и вынуждена работать по графику, обозначенному стрелками на рис. В.2, как станция, регулирующая частоту ( $P_{rN} = f(t)$ ).

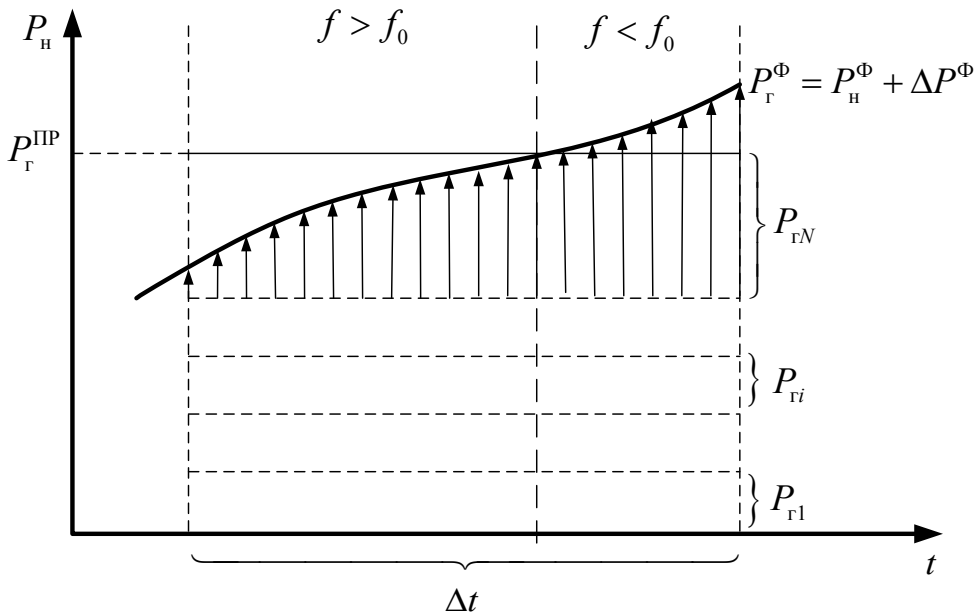


Рис. В.2. Оптимизация режима ЭЭС и регулирование частоты

**Оперативная информация в АСДУ ЭЭС.** На рис. В.3 показана структура комплекса задач и функций АСДУ. Здесь выделены две функциональные ветви. *Off-line* означает работу АСДУ, не связанную с темпом реального процесса (выполнение расчетов заранее, например, сегодня на завтра). Некоторые действия были охарактеризованы выше: ПСГН — прогнозирование суточного графика нагрузки; ВСО — выбор состава оборудования; ОПДГ — оптимизация и планирование диспетчерского графика. Кроме того, необходимо упомянуть о том, что РАУР — расчеты и анализ установившихся режимов; ФМ — формирование моделей, на основании которых решаются задачи оперативной коррекции (например, эквивалентирование схемы замещения, энергетических характеристик и др.); ФБД — формирование базы данных (включая обработку контрольных замеров и получение псевдоизмерений (ПИ) для решения задач *on-line*).

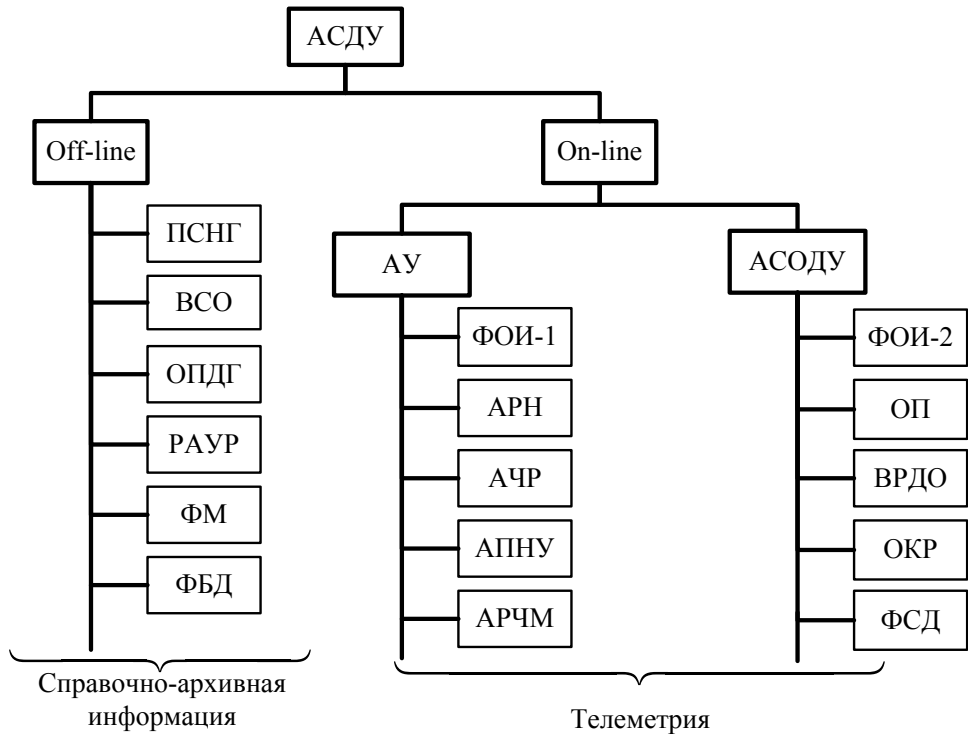


Рис. В.3. Структура автоматизированной системы диспетчерского управления

*On-line* означает управление в темпе поступления текущей информации о режиме. Информационной базой для этого является телеметрия основных режимных параметров энергосистемы, например, перетоков и генерируемой мощности, напряжений узлов и др. В свою очередь здесь можно выделить две части.

АУ — автоматическое противоаварийное управление (ПАУ) как реакция на быстрые изменения параметров без участия человека. Например, в ОДУ Урала функционирует современная комплексная, основанная на компьютерной технологии со специальным программным обеспечением централизованная система противоаварийной автоматики — ЦСПА.

АСОДУ — автоматизированная система оперативно-диспетчерского управления с участием человека (диспетчера), реагирующая как на медленные изменения режима, так и на действия противоаварийной автоматики.

Поскольку как АУ, так и АСОДУ работают на получаемой телеметрии (ТМ), содержащей телеизмерения (ТИ) режимных параметров и телесигнализацию (ТС) о коммутационном состоянии оборудования, постольку необходима быстрая обработка первичной информации (ОПИ) в целях, во-первых, отбраковки плохих (явно недостоверных данных), во-вторых,

повышения уровня достоверности ТМ за счет математической обработки информации (фильтрации). Зачастую телеметрической информации не хватает для решения задач управления. В этом случае объект оказывается «ненаблюдаемым», и для обеспечения наблюдаемости (следовательно, и управляемости) привлекается дополнительная информация, называемая псевдоизмерениями (блок ФПИ — формирование псевдоизмерений) и решается задача оценивания состояния (ОС).

Последняя необходима для оценки достоверности телеметрии в связи с погрешностями как измерений, так и преобразования и передачи информации, а также для согласования телеизмерений и псевдоизмерений с точки зрения соответствия их условиям баланса мощности и законам Ома и Кирхгофа. Заметим, что это одна из сложнейших задач информационного обеспечения АУ и АСОДУ ввиду высокой многопараметричности и нелинейности уравнений, описывающих поведение электрической системы в установившихся и переходных режимах, а также сложности алгоритмов отыскания оптимальных состояний.

В целом формирование оперативной информации (ФОИ), показанное на рис. В.4, выполняется последовательно поэтапно как в части АУ (ФОИ-1), так и в АСОДУ (ФОИ-2). Отличие ФОИ-1 от ФОИ-2 состоит в скорости и объеме обрабатываемой информации в блоках ОПИ, ФПИ и ОС.

Исходная информация о параметрах режима ЭЭС, поступающая от отдельных элементов и объектов системы по каналам телеметрии, названа на обсуждаемом рисунке как «сырая телеметрия». Возобновление этой информации осуществляется в разных странах по-разному. Так, в ОДУ Урала новые данные телеметрии поступают каждые 10 с.

Математическое программное обеспечение направлено на формирование советов диспетчеру (ФСД) для принятия решений в конкретных текущих условиях. Основные математические задачи, решаемые в рамках ФСД: формирование оперативной информации (ФОИ), оперативный прогноз (ОП), поскольку коррекции должны выполняться с упреждением, ввод режима в допустимую область (ВРДО), дооптимизация и оперативная коррекция режима (ОКР), экспресс-расчеты и анализ установившихся режимов (часто по упрощенным моделям для обеспечения быстрого получения результатов) и др.

Управление энергосистемой при этом заключается в коррекции мощностей станции, регулировании уровней напряжения в сети и выполнении оперативных переключений, заметим, что оно во многом опирается на опыт и квалификацию диспетчера. Ведется разработка тренажеров и советчиков диспетчеров энергосистем, которые позволяют заранее просчитать результаты того или иного действия на математической модели энергосистемы. Готовые варианты таких действий хранятся в памяти основного и резервного серверов системы управления.

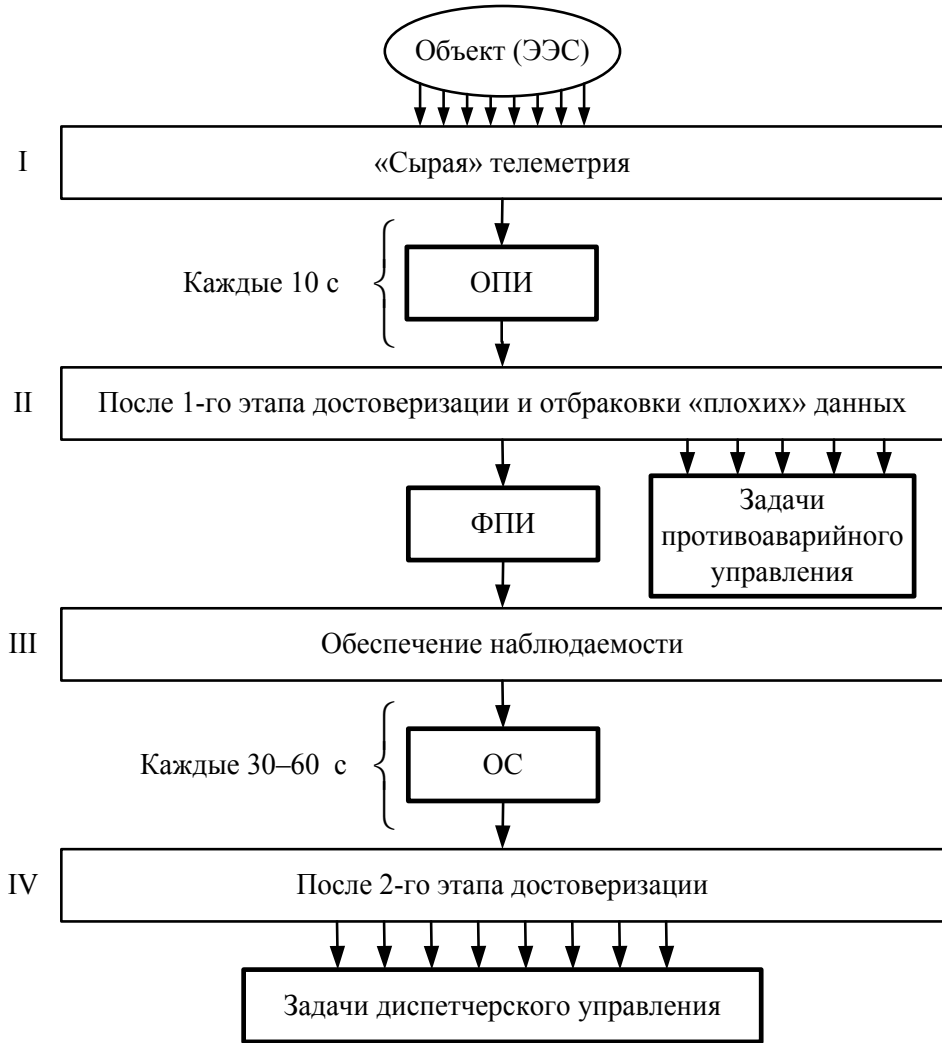


Рис. В.4. Уровни информационного обеспечения

Решение задач СО сопряжено с передачей информации по каналам связи, обслуживающим диспетчерские службы ЭЭС на разных территориальных уровнях, что усложняет и затягивает принятие решений. Поэтому информация о режиме электрической системы и решение задач управления сосредотачиваются на более высоких уровнях АСДУ, как это показано на рис. В5. В ОДУ ОЭС формируется необходимая информация для передачи в ЦДУ. Точно так же осуществляется иерархическое движение информации сверху вниз, от ЦДУ в ОДУ и далее в РДУ и отдельные объекты (такие как предприятия электрических сетей — ПЭС, районные электрические сети — РЭС и подстанции). Многоступенчатость передачи телеметрии и ее

обработки на разных уровнях, с одной стороны, разгружают каналы связи и ОИК вышестоящих структур, но с другой стороны, приводят к задержкам во времени приема и передачи информации.

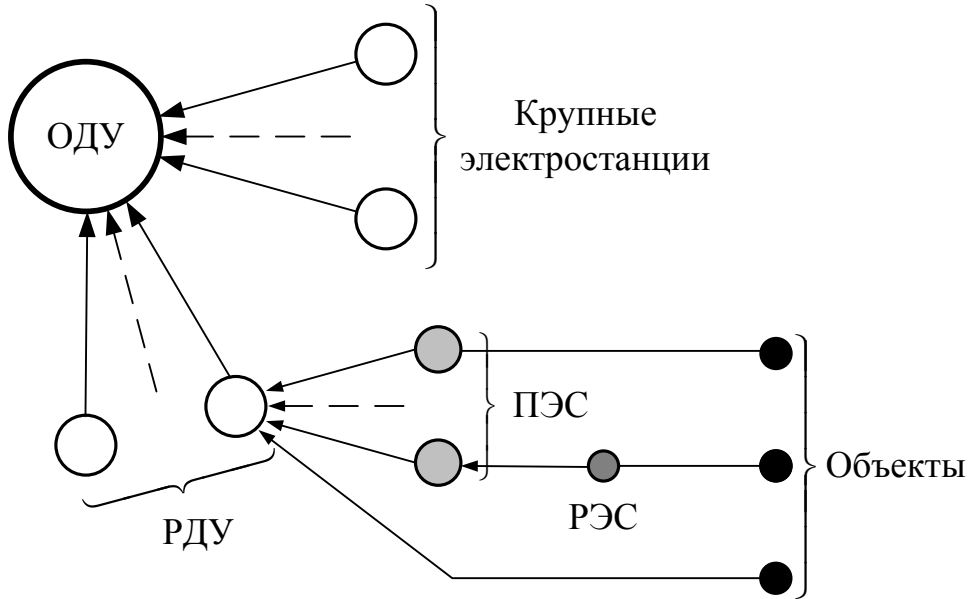


Рис. В.5. Структура связи в объединенных энергосистемах

# РАЗДЕЛ А

## ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

### ЗАДАЧ АСДУ ЭНЕРГОСИСТЕМ

---

#### Глава 1. Управление и информация

---

**Б**ез информации о состоянии объекта управления невозможно ни автоматическое, ни автоматизированное (с участием человека) управление. Процесс управления и использования информации может быть пояснен с помощью рис. 1.

Состояние системы характеризуется набором величин (переменные состояния), часть из которых называется входными, часть — выходными. Входные величины могут быть двух типов: либо это управляющие воздействия  $U$ , образующие вектор  $\{u_1, \dots, u_n\}$ , либо возмущающие воздействия  $V = \{v_1, \dots, v_n\}$ , как внутренние, так и внешние. Система реагирует на входные величины соответствующими значениями выходных параметров  $Y = \{y_1, \dots, y_m\}$ .

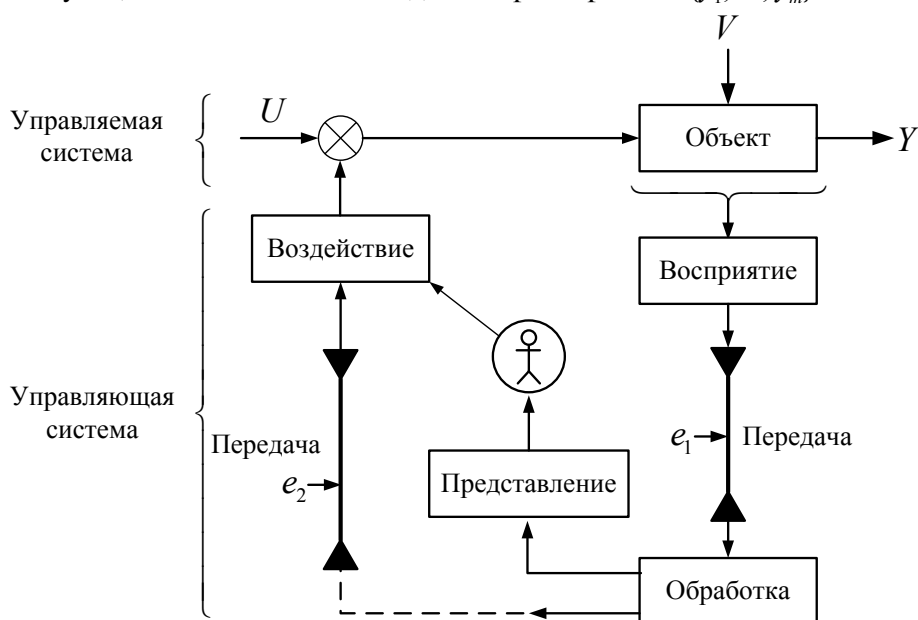


Рис. 1. Движение информации в АСУ

*Восприятие* — это формирование образа объекта в виде совокупности данных об отдельных его параметрах, включая  $U$ ,  $V$  и  $Y$ . В результате



восприятия образуются сигналы в форме, удобной для передачи и обработки. В электроэнергетических системах (ЭЭС) сбор и передача информации организованы через систему телеметрии. Множество параметров, характеризующих режим ЭЭС, образует первичную информацию, поступающую на диспетчерские центры управления при помощи телеизмерений (ТИ) и телесигналов (ТС).

ТИ предназначены для передачи информации о непрерывно изменяющихся параметрах режима ЭЭС (например, частоты, напряжений узлов, потоках мощности в линиях электропередачи и др.). ТС передают дискретную информацию об одном из возможных состояний элемента объекта управления из заданной совокупности (выключатель «включен/отключен»; номер отпайки трансформатора и т. д.).

*Передача информации* состоит в переносе сигналов на расстояние. Она может осуществляться сигналами той или иной физической природы по соответствующему каналу связи КС (электрический, световой, гидравлический, механический, радио- и т. д.). Ввиду наложения внешних возмущений  $e$  на КС передача информации сопряжена с ее искажением. Возникает важная задача сохранения достоверности информации на этапе передачи в системе телеметрии. Повышение надежности канала связи обеспечивается как аппаратными средствами (что не всегда возможно, например, при передаче сигнала не по экранированному проводу, а по радио-), так и системой кодирования сообщений.

*Обработка информации* означает математические действия по заданными алгоритмам вплоть до принятия решений и формирования управляющих воздействий (УВ). Функции обработки выполняют различные устройства управления (УУ). В АСУ вся формальная, подготовительная часть обработки информации возлагается на программно-вычислительный комплекс (ПВК), принятие некоторых конечных решений остается за человеком. В этом и заключается участие человека в АСУ в отличие от автоматических систем управления, в которых УВ получаются без участия человека. В связи с этим схема движения информации в АСУ на рис. 1 дополнена так называемым представлением информации в форме, удобной для восприятия человеком. Это представление заключается в демонстрации состояния объекта управления и необходимых УВ в виде условных отображений (стрелки приборов, числовые индикаторы, дисплеи, оптические и акустические сигнализаторы, печатающие устройства и др.).

*Воздействие* на объект состоит в сообщении ему и реализации УВ, которые приводят к изменению регулируемых параметров  $U$  до нужного (чаще всего оптимального) состояния. Управляющие воздействия в системе телеметрии называются телеуправлением (ТУ).

Как было сказано выше, ЭЭС относится к так называемым системам кибернетического типа, управление которыми невозможно только на ос-

новании текущей информации без анализа последствий реализации УВ. В большинстве случаев оптимальное управление связано с прогнозированием возможных состояний ЭЭС и внешних воздействий (заметим, что к последним относится и нагрузка электропотребления). Такое упреждающее управление связано с накоплением огромных массивов информации и поэтому возможно лишь при наличии в УУ достаточно большой памяти.

Если обработку информации и реализацию УВ удастся осуществить в темпе реального процесса изменения параметров режима, то говорят об управлении в реальном времени (английский термин *on-line*). Такое управление требует высокоскоростных технологий в УУ. Если же скорость обработки информации и принятия решения меньше, чем скорость изменения параметров, то такие УВ нарабатываются лишь на определенные ситуации или моменты времени (обычно заранее и не привязываются жестко к текущей телеметрии). Такое управление не в темпе процесса получения информации в английской терминологии называется *off-line*.

## Глава 2. Получение и движение информации

Необходимо различать непрерывную и дискретную информацию о параметрах объекта управления.

Непрерывная информация соответствует случаю, когда параметр может принимать любые значения на интервале наблюдения. В ЭЭС примерами могут служить токи, напряжения, мощности, частота, электроэнергия, температура и давление в котле или турбине и некоторые другие параметры.

Дискретная информация соответствует параметру, который принимает только определенные значения. Характерным примером может служить коэффициент трансформации трансформатора, имеющий разные значения на отпайках обмотки. Частным случаем дискретной информации можно считать телесигнализацию (ТС) о состоянии объекта наблюдения: включен/выключен. Такой параметр имеет только два значения, например, как в двоичной системе счисления — 1 и 0.

Датчик телеизмерений — преобразователь контролируемой физической величины  $X$  в другую, промежуточную величину  $X_d$ , являющуюся аналогом измеряемого физического параметра и подаваемую на вход передатчика телеизмерения. Поэтому телеизмерения (ТИ) часто называют аналоговой информацией.

Выходными величинами  $X_d$  чаще всего являются унифицированные величины постоянного напряжения или тока, пропорциональные исходному значению  $X$ . Например, аналогом температуры является электрический потенциал (термоЭДС) на термопаре (термоэлектрический преобразователь) — устройстве, применяемом для измерения температуры в промыш-

ленности, научных исследованиях, медицине, в системах автоматики. Аналогом давления является пьезоЭДС, возникающая на пьезокристалле, имеющем от природы свойство при сжатии продуцировать электрический заряд. Пьезокристаллические датчики нужны не только для электронных весов, но и для измерения давления газов и жидкостей в различных технических системах.

Электрический режим ЭЭС характеризуется такими параметрами, как напряжение на шинах, ток и мощность в линии передачи или в обмотках генераторов и силовых трансформаторов. Для получения аналогов используются измерительные трансформаторы напряжения и тока, имеющие чаще всего невысокую точность.

Таким образом,  $X_d$  есть аналог контролируемого физического параметра — температуры, давления, высокого напряжения, потока мощности в ЛЭП и т.д. Поэтому полученная в датчике информация  $X_d$  называется аналоговой, она так же, как исходный параметр  $X$ , является непрерывной, т.е. может принимать любые значения в некотором контролируемом диапазоне.

На рис. 2 представлена упрощенная схема, отображающая движение и преобразование первичной (от объекта управления) информации, задаваемая датчиками (Д) и поступающая в комплекс вычислительных средств (КВС), обрабатывающий эту информацию вплоть до формирования советов диспетчеру.

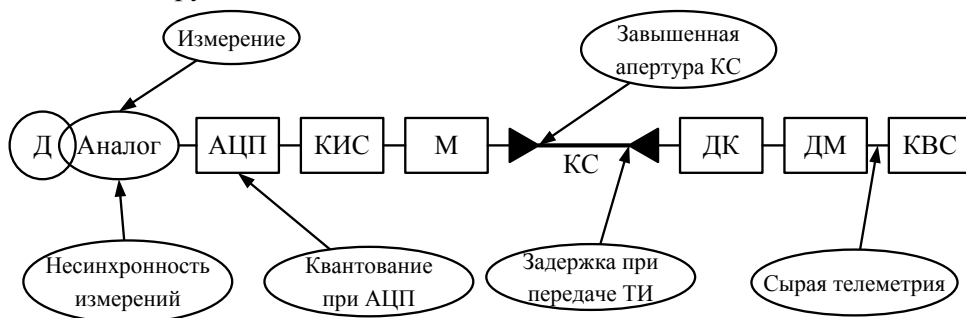


Рис. 2. Движение и преобразование информации

Датчики могут иметь несколько измерительных органов, присоединяемых либо непосредственно к объекту, либо через промежуточные устройства, например через трансформаторы тока или напряжения. В результате погрешность датчика определяется не только измерительными органами, но и этими промежуточными устройствами. К сожалению, в ЭЭС при измерении параметров для телеметрии часто результирующая погрешность бывает более 1 %. О влиянии погрешности информации на принятие диспетчерских решений будет сказано ниже.

По своей природе, как это было отмечено выше, восприятие, передача и обработка информации могут осуществляться как в непрерывной (аналоговой), так и в дискретной форме. Однако существенным недостатком передачи непрерывной информации на большие расстояния является потеря точности, а иногда и принципиальная невозможность реализации передачи, например, в беспроводном варианте. Существенное влияние оказывают внешние воздействия (помехи) на канал связи. Поэтому реальные АСУ, в том числе в энергосистемах, имеющие протяженные каналы связи, имеют устройства аналого-цифрового преобразования (АЦП) непрерывной информации в дискретную. В связи с этим далее будут рассматриваться вопросы, относящиеся только к дискретной информации.

Передача сообщений по КС осуществляется специально выбранным способом записи сведений на основе той или иной комбинации двоичных символов 1 и 0.

В системах управления следует различать количественную информацию о параметрах объекта (например, напряжение на шинах подстанции составляет 503,5 кВ) и смысловую информацию, характеризующую некоторые сведения об объекте, а также о поведении системы и людей (приказы, характеристики, запросы, например: «Просим разрешения на вывод в ремонт оборудования».).

Смысловая информация, представляемая в виде текстового (приказы, команды, описания, алгоритмы, таблицы и т. д.) или графического (чертежи, схемы, фотокопии и др.) материала, также переводится в дискретную форму через соответствующие системы кодирования.

Рассмотрим восприятие и передачу количественной информации о непрерывно изменяющихся параметрах объекта управления. Сбор исходной информации с контролируемых точек осуществляется с помощью опрашивающих устройств, в которых подключение датчиков к каналу связи осуществляется либо циклически, либо посредством специальных программно-управляемых систем. Структура и порядок опроса определяются спецификой управляемого технологического процесса, характером изменения контролируемых параметров и требованиями их измерения.

Рассмотрим циклический метод опроса источников информации. Если обозначить через  $\tau$  длительность шага переключающего устройства,  $T$  — интервал времени полного цикла обегания (время, через которое замеряют один и тот же параметр), то количество точек контроля на одном опрашивающем устройстве  $M = T/\tau$ , или  $M = \nu T$ , где  $\nu$  — быстродействие опрашивающего устройства, показывающее число измерений в единицу времени,  $\nu = 1/\tau$ .

Цикловой интервал  $T$  не может быть выбран произвольно, так как он, с одной стороны, определяется скоростью изменения контролируемых величин, а с другой — зависит от точности их измерения.

Пусть некоторый параметр изменяется во времени, т. е.  $x = f(t)$ . Если скорость изменения параметра  $x$  характеризовать наибольшим значением первой производной  $x'_{\max}$ , то при разрешающей способности датчика  $\delta$  наименьший интервал  $T$  для циклического измерения контролируемой величины  $y$  может быть определен как  $T \leq (\delta/x'_{\max})$ .

Поскольку физический параметр необходимо измерить и представить в форме, удобной для последующего использования его в ПВК, то общепринятые меры и единицы измерения (кг, м, с и др.) не могут быть применены при определении объемов информации. Поэтому вводится некоторая информационная единица — квант информации, который ставится в соответствие некоторому заранее избранному количеству (числу) измеряемой физической величины. Процесс дискретизации получаемой информации называется *квантованием измеряемой физической величины*. Информация о параметре  $x$  есть целое число  $K$ , показывающее число квантов (принятых единиц измерения), содержащихся в величине  $x$ .

Определение числа  $K$ , соответствующего величине  $x$ , называется *квантованием по уровню* и осуществляется исходя из точности измерительного устройства (датчика информации). Процесс квантования  $x(t)$  представлен на рис. 3. Первичный аналоговый параметр  $x_A(t)$  всегда получается с некоторым приближением, обусловленным погрешностью соответствующего датчика. Конечно, измерение контролируемой величины с точностью, большей, чем это позволяет разрешающая способность датчика, невозможно. Следовательно, в качестве единицы измерения необходимо принять величину  $\Delta x \geq \delta$ .

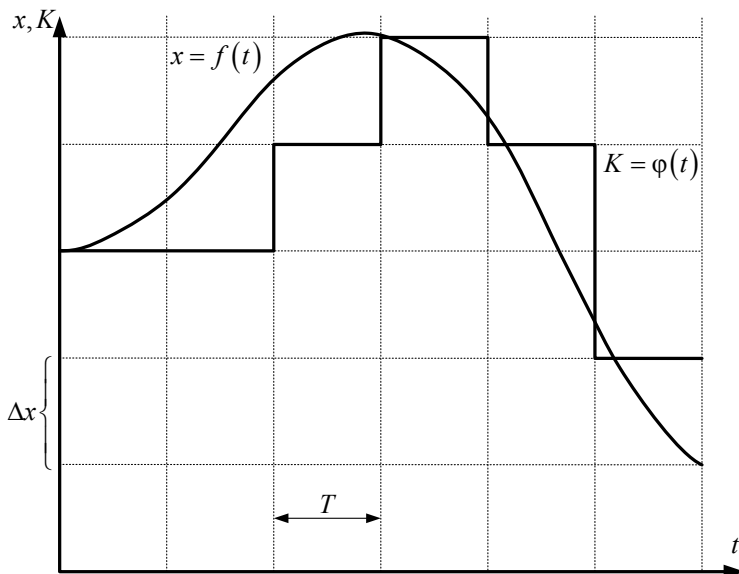


Рис. 3. Квантование непрерывной информации

Количество информации  $K$  в квантах при измерении параметра  $x$  есть целая часть отношения  $x/\Delta x$ . Например, если при измерении напряжения  $U = 6,18$  кВ в качестве кванта информации принять  $0,1$  кВ, то  $K = 61$  квант. Носителем информации об одном кванте может быть сигнал в виде импульса. Однако в этом случае длина сообщения о квантах станет равной  $K$  импульсам. Для сокращения длины сообщения используется двоичная система счисления, в которой импульс (1) или его отсутствие (0) несут информацию о соответствующем разряде двоичного числа. Например, вместо последовательности из 61 импульса для  $K = 61$  формируется последовательность импульсов 111101, соответствующая числу 61 в двоичной системе. Для получения числа  $K$ , характеризующего информацию в двоичной системе счисления, используются различные способы аналого-цифрового преобразования, принцип которых будет далее рассмотрен. В ходе непрерывного наблюдения за объектом управления необходимо учитывать время получения дискретной информации, поэтому замеры проводятся через интервалы  $T$ . Таким образом, можно говорить не только о квантовании по уровню, но и о **квантовании по времени**. Процесс как бы накладывается на сетку с размером ячеек  $\Delta x$  и  $T$ . Чем выше скорость изменения  $x$ , тем меньше должно быть  $T$ , так как в противном случае дискретное временное отображение параметра  $K = \varphi(t)$  будет существенно отличаться от  $x = f(t)$ .

На этапе АЦП появляется погрешность обработки ТИ ввиду необходимости квантования информации по уровню и времени. Точность АЦП определяется числом разрядов двоичного отображения ТИ. Например, четырехразрядные числа 0000, 0001, 0010, ..., 1111 охватывают диапазон измеряемой величины от 0 до 15; восьмиразрядные — от 0 до 255. Максимальное число квантов равно  $(2^n - 1)$ , где  $n$  — число разрядов. Таким образом, в системе телеметрии с  $n$  разрядами невозможно представить ТИ меньше, чем один квант, равный  $x_i/2^n$ . Например, пусть максимальная мощность электростанции составляет 3000 МВт. При восьмиразрядном квантовании погрешность  $\delta_x = 3000/256$ , что приблизительно соответствует 12 МВт.

Восстановление процесса по квантованной информации осуществляется чаще всего при помощи ступенчатой или линейной интерполяции. Из известной теоремы Котельникова следует, что любая непрерывная функция  $x(t)$ , спектр которой ограничен частотой  $f_{\max}$ , может быть полностью восстановлена по ее дискретным значениям, взятым через интервалы времени  $T$ , если  $T \leq \frac{1}{2f_{\max}}$ . На практике руководствуются формулой

$T = \frac{1}{2\eta f_{\max}}$ , где коэффициент  $\eta$  принимается равным  $0,75\sqrt{\delta}$  при линей-

ной интерполяции и  $3\sqrt{\delta}$  при ступенчатой интерполяции (здесь  $\delta$  — относительная погрешность квантования по уровню).

Для медленных процессов, которые обычно рассматриваются в АСДУ энергосистемами, используется другой подход к определению шага квантования  $T$ , исходя из допустимой погрешности. Если для восстановления  $x(t)$  используется ступенчатая интерполяция, то получается формула  $T \leq (\delta/x'_{\max})$ , упомянутая ранее при обсуждении системы циклического опроса источников информации.

Дискретная информация о количестве квантов в числовом выражении поступает в канал связи. Следует различать понятия «канал» и «линия связи».

*Канал* — это тракт движения сигнала от источника к приемнику, включающий в себя совокупность технических средств, обеспечивающих независимую передачу сообщений по линии связи. Канал характеризуется способом передачи информации — в аналоговом или дискретном виде, технической реализацией — телеграфный или телефонный и т. д.

*Линия связи* — физическая среда, по которой сигнал распространяется на расстояние. Для передачи телемеханической информации используются линии связи: проводные, высоковольтные ЛЭП, оптоволоконные, радиорелейные.

Повышение достоверности ТИ и ТС осуществляется несколькими способами. Одним из наиболее распространенных является отбраковка ТИ при достижении контролируемого параметра предельного значения (верхний или нижний), а также при получении сигнала о неисправности устройства телеметрии. Применяется также дублирование ТИ, например, в ЭЭС при помощи сравнения значения перетоков мощности по концам контролируемой ЛЭП или через сопоставление ТИ и ТС — показание ТИ о перетоке мощности может быть не равно нулю только при включенных выключателях линии; при отключенном выключателе ненулевое показание ТИ отвергается как неверное. Выявленная недостоверная информация заменяется псевдоизмерениями, получаемыми в каждом конкретном случае по специальному алгоритму на основе как предшествующих замеров, так и дополнительных расчетов режимов на ПВК.

Наряду с оперативной информацией ТУ, ТС и ТИ передается производственно-статистическая информация о составе и состоянии оборудования, наличии энергоресурсов, о заявках на ремонт и т. д.; команды по обработке и отображению циркулирующей информации.

Носителем информации в канале связи является сигнал. В качестве сигнала рассматривается физический процесс, параметры которого содержат информацию и в соответствии с ней могут изменяться. Для образования сигналов чаще всего используются постоянные состояния потенциала

( $U(t) = \text{const}$ ), колебания, импульсы. Изменение этих состояний называется *модуляцией*; обратная операция по восстановлению величин, вызвавших изменение параметров при модуляции, называется *демодуляцией*.

Модуляция состоит в том, что в соответствии с передаваемой информацией происходит изменение одного или нескольких параметров состояния. Если обозначить через  $U(t)$  исходный немодулированный сигнал, не содержащий информации, то сигнал ( $U(t) + \Delta U$ ) можно назвать модулированным. В нем содержится добавка  $\Delta U = kX$ , пропорциональная информационной функции  $X$  и связанная с ней через некоторый коэффициент пропорциональности  $k$ .

Если постоянный потенциал можно модулировать только по значению и знаку, то колебание позволяет модулировать по трем параметрам: амплитуде, фазе и частоте. Соответствующие им виды модуляции называются амплитудной, фазовой и частотной. Еще большие возможности по модуляции имеют импульсные передачи, в которых возможны модуляции импульсов: амплитудная, фазовая, частотная, широтно-импульсная (по длительности импульсов и пауз), счетно-импульсная (по числу импульсов), кодовая (по комбинации импульсов и пауз).

На рис. 4 показана частотная модуляция прямоугольных импульсов, соответствующих 1 в двоичной системе счисления. Отсутствие импульса соответствует 0. В канале связи единице соответствует высокочастотный сигнал, нулю — его отсутствие.

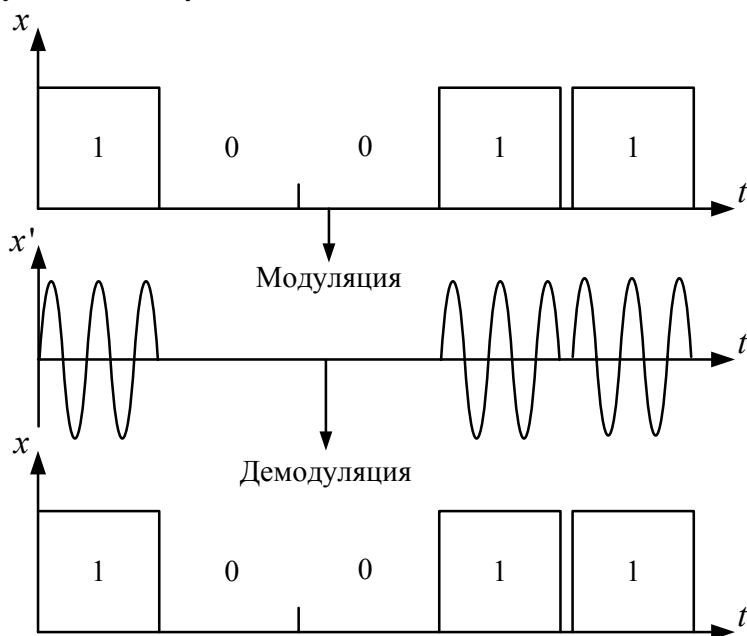


Рис. 4. Модуляция и демодуляция



Кодово-импульсные системы передачи телеинформации основываются на цифровых кодах, как правило двоичных, с использованием принципов повышения помехоустойчивости (коды Хэмминга, циклические и др.). На передающей стороне измеряемый параметр при помощи АЦП преобразуется в цифровой код, который дальше расширяется до длины слова, включая контрольные разряды. Если на приемной стороне необходимо отображение информации на аналоговом приборе, то при помощи цифро-аналогового преобразования осуществляется восстановление информации в виде непрерывного электрического параметра (напряжения). Если же по каналу связи осуществляется ввод информации в ЭВМ для формирования соответствующих файлов, то обратного преобразования не требуется. Передаваемое двоичное слово декодируется, при необходимости ошибки устраняются и контрольные символы отбрасываются. В памяти ПК записываются информационные символы.

### Глава 3. Основные источники погрешностей телеизмерений

Как было отмечено ранее, на этапе получения цифровой информации и ее передачи к пункту сбора телеметрии возможны искажения, приводящие к потере точности. Рассмотрим основные причины возникновения погрешностей телеизмерений.

**1. Получение аналога физического параметра и его измерение.** Любой датчик и получаемый аналог  $X_A$  имеют погрешность. Если говорить об измеренных электрических параметрах: напряжении и токе, — то следует заметить, что трансформаторы напряжения и трансформаторы тока характеризуются классом точности, который определяет допустимые значения погрешности.

Для стрелочных приборов принято указывать класс точности в виде числа, показывающего максимально возможную погрешность прибора, выраженную в процентах от наибольшего значения величины, измеряемой в данном диапазоне работы прибора. Так для стрелочного вольтметра класса точности 1,0 при диапазоне измерений от 0 до 30 В при измерении любого значения напряжения абсолютная погрешность составит 0,3 В. Относительная погрешность прибора в данном случае зависит от абсолютного значения измеряемой величины. Например, при измерении напряжения 0,5 В значение относительной погрешности составит 60 %, однако при измерении 24 В — всего 1,25 %.

Для разных задач применяются приборы с разным классом точности, так для задач релейной защиты допускается использование трансформаторов тока с классом точности 10, что подразумевает 10 % погрешность

на большей части измерительного диапазона. Как известно, для задач учета электрической энергии наибольший допустимый класс точности 0,5. Измерения, предназначенные для передачи по каналам телеметрии, должны также выполняться приборами классом точности не ниже 0,5, а точность измерения частоты должна быть не ниже 0,01 Гц.

**2. Аналого-цифровое преобразование.** Погрешность, вносимая АЦП, в первую очередь связана с дискретизацией и квантованием аналогового сигнала. Поскольку информация на выходе АЦП имеет дискретный характер, погрешность оцифровки определяется величиной одного кванта информации. Если величину одного кванта принять за  $\delta$ , то погрешность при квантовании составит  $(\pm \delta/2)$ .

Погрешность квантования, как и величина одного кванта, определяется разрядностью АЦП. Так для четырехразрядного АЦП величина одного кванта в относительных единицах составит  $1/2^4 = 6,25 \%$ , а при использовании восьмиразрядного —  $1/2^8 \approx 0,4 \%$ . Однако следует иметь в виду, что даже для восьмиразрядного АЦП погрешность квантования на порядок меньше погрешности существующих трансформаторов тока и напряжения. На таких датчиках не имеет смысла увеличивать разрядность АЦП. Поэтому на современном этапе развития новых информационных технологий большое внимание уделяется совершенствованию датчиков.

**3. Апертура.** В отдельных случаях для разгрузки канала связи, используемого для передачи ТИ, используется так называемый спорадический режим передачи информации. Данный режим характерен тем, что для каждого контролируемого аналогового сигнала устанавливается порог чувствительности к изменениям значения его величины относительно предыдущего замера, такой порог называют *апертурой*. Апертура устанавливается в абсолютных величинах или в процентах. При выходе величины сигнала за рамки установленной апертуры происходит передача сигнала по инициативе передающего устройства. Величина апертуры устанавливается в пределах точности измерения параметра, например 0,5 %. В случае же если новый сигнал остается в рамках апертуры по отношению к предыдущему, он не передается, а на приемном конце по умолчанию используется последнее полученное значение измеряемого сигнала.

**4. Несинхронность измерений.** Телеинформация, поступающая в пункт диспетчерского управления, затем используется для решения задачи оценивания состояния. При этом важно, чтобы собираемая информация соответствовала одному и тому же состоянию энергосистемы. Однако ввиду большого количества собираемой ТИ, период опроса — время  $T$  между обращениями к одному источнику ТИ — составляет несколько секунд, например в ОДУ Урала 10 с. Это означает, что несмотря на существующий временной интервал между измерениями, при анализе ТИ предполагается, что полученная информация соответствует одному и тому же электрическому

режиму ЭЭС. Исследования получаемой ТИ показывают, что иногда приходит такой набор замеров, в котором активная мощность линии в конце больше мощности линии в начале, хотя никакой генерации в линии нет. Например, мощность в начале линии составляет 200 МВт, а мощность в конце — 210 МВт. Это связано с тем, что за время между сбором информации о потоке мощности в начале линии и в ее конце произошло изменение режима и на момент измерения мощности в конце линии (220 МВт) мощность в начале уже была выше, чем полученные ранее 200 МВт.

**5. Задержка при передаче ТИ.** Задержка при передаче сигнала связана с несколькими факторами. На рис. В.5 была представлена структура движения ТИ. Рассмотрим движение информации от объекта до ОДУ. Часть информации поступает напрямую, например от крупных электростанций. Часть информации поступает от РДУ, которые могут получать передаваемую дальше информацию как от самих объектов, так и от ПЭС. Те в свою очередь также получают информацию двумя путями, напрямую от объектов или от РЭС и т. д. В результате выстраивается многоступенчатая модель движения информации, где каждый этап обработки и дальнейшей передачи сопряжен с задержками времени. Чем больше ступеней требуется преодолеть информации, тем больше задержка на ее передачу.

Помимо этого, каналы передачи информации подвержены различным внешним воздействиям. В результате передаваемая информация может искажаться. Контроль на наличие ошибок и исправление искаженной информации требует времени, что также приводит к задержкам при передаче информации.

## Глава 4. Многоканальные системы телеметрии

Современные системы телеметрии используют одну и ту же линию связи для различных каналов передачи ТУ, ТИ и ТС, что резко снижает стоимость передачи информации, хотя и сопряжено с аппаратным усложнением и снижением скорости получения обобщенной информации об объекте управления.

Характерная особенность многоканальной структуры — объединение на передающем конце и разделение на приемном конце сигналов, относящихся к разным каналам. Каналы, по которым сигналы передаются только в одном направлении, называются симплексными, каналы, по которым сигналы передаются одновременно в обоих направлениях, называются дуплексными. Наиболее распространен двусторонний канал связи тональной частоты, обычно называемый телефонным и работающий в диапазоне частот от 300 до 3400 Гц.

По характеру взаимодействия источника и потребителя информации каналы связи разделяются на прямые (некоммутируемые) и коммутируемые.

Наиболее распространены каналы, использующие проводные линии связи. При этом применяются как специально выделенные линии, так и линии, имеющие другое назначение. Например, для передачи телеинформации широко используются воздушные ЛЭП 35–500 кВ. Поскольку воздушные ЛЭП имеют высокий уровень помех (высшие гармоники тока промышленной частоты, коронирование, атмосферные влияния и т. д.), передача информации осуществляется в высокочастотном диапазоне (свыше 30 ГГц).

Упрощенная схема канала связи по ЛЭП при присоединении высокочастотной аппаратуры по схеме «фаза–земля» представлена на рис. 5, где приняты следующие обозначения: АВЧС — аппаратура высокочастотной связи; ФП — фильтр присоединения; КС — конденсаторы связи; К — высокочастотный коаксиальный кабель с малым затуханием для токов высокой частоты; Р — разрядник; З — заземляющий нож; ВЧЗ — высокочастотные заградители. Высоковольтный разделительный конденсатор и разрядник необходимы для отделения аппаратуры телемеханики от высокого напряжения ЛЭП. Заземляющий нож шунтирует аппаратуру при ремонте. Высокочастотные заградители предотвращают растекание сигналов высокой частоты в стороны от линии связи. Сопротивления  $R$ ,  $L$ ,  $C$  высокочастотных заградителей подбираются таким образом, чтобы общее сопротивление их току промышленной частоты было незначительным.

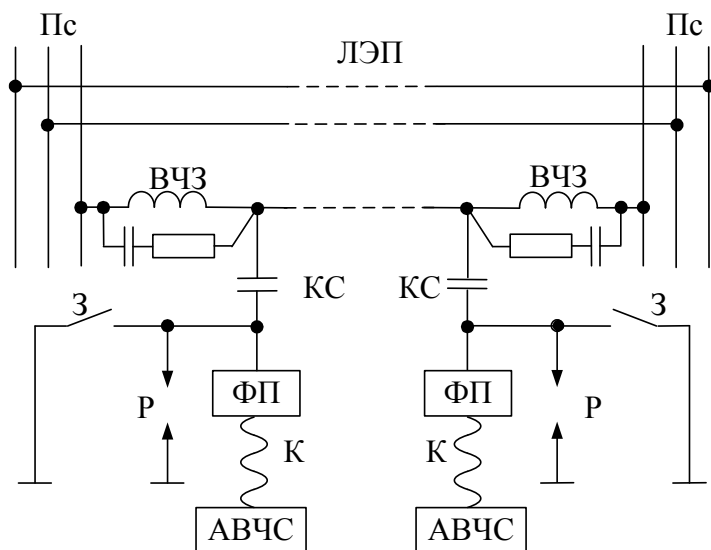


Рис. 5. Использование ЛЭП для высокочастотной связи

Широко распространены радиоканалы передачи информации, в частности, для сигналов телеметрии в АСУ энергосистем — радиорелейные каналы, работающие на ультракоротких волнах. Получают развитие волоконно-оптические линии связи, не подверженные влиянию электрических и магнитных полей и обеспечивающие большую емкость по количеству каналов.

В многоканальных системах передачи информации (рис. 6) происходит объединение каналов линии связи. Чтобы сигнал каждого источника мог попасть в соответствующий приемник, тракты всех сигналов должны быть определенным образом разделены, т.е. должно быть осуществлено разделение каналов (сигналов). В блоке объединения каналов (БОК) сигналы от различных источников объединяются в один

$$U(t) = \sum_{i=1}^n g_{и\text{и}}(t),$$

где  $n$  — количество объединенных сигналов;  $g_{и\text{и}}(t)$  — сигнал (развертка во времени) от источника  $i$ .

На приемном конце в блоке разделения каналов (БРК) происходит выделение (фильтрация) сигнала  $i$ -го приемника из общего сигнала

$$g_{и\text{п}}(t) = \Phi_i\{U(t)\}.$$

В зависимости от способа фильтрации различают несколько способов разделения сигналов. Рассмотрим наиболее часто встречаемые.

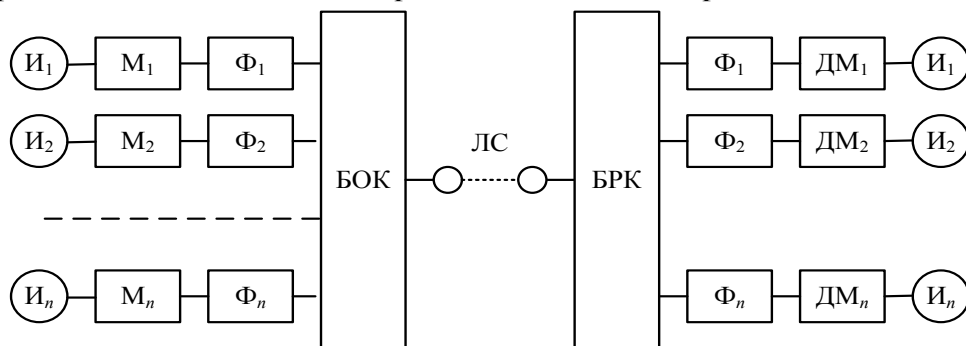


Рис. 6. Многоканальная телеметрия

1. Частотное разделение. Для различных каналов отводятся непересекающиеся участки  $\Delta f_1, \Delta f_2, \dots, \Delta f_n$  на частотной шкале  $f$ . На рис. 6 приводится схема соответствующей многоканальной системы. Сигнал, поступающий от источника  $И_i$ , модулируется на частоте  $f_i$  в спектре  $\Delta f_i$  и, проходя через фильтр  $\Phi_i$ , попадает в линию связи ЛС. На приемном конце осуществляется демодуляция  $ДМ_i$  выделенного в соответствующем фильтре информационного сигнала.

Частоты, используемые для передачи сигналов телеметрии, принято делить на следующие диапазоны: а) от 0 до 300 Гц (подтональный диапазон для передачи телеграфных сигналов); б) от 300 до 3400 Гц (тональный диапазон для телефонной связи); в) от 3500 до 6000 Гц (надтональный диапазон для фототелеграфной связи); г) выше 6000 Гц для высокочастотного телефонирования.

2. Временное разделение. Сигналы от различных источников  $g_{иi}(t)$  передаются в определенные интервалы времени  $\Delta t_i$ , не пересекающиеся между собой. Таким образом, источник информации  $I_i$  и соответствующий ему приемник  $\Pi_i$  должны подключаться к каналу связи синхронно. На рис. 7 показана многоканальная система с временным разделением, где  $P$  — распределитель;  $D_i$  — датчик  $i$ -го канала;  $I_i$  — информационный параметр.

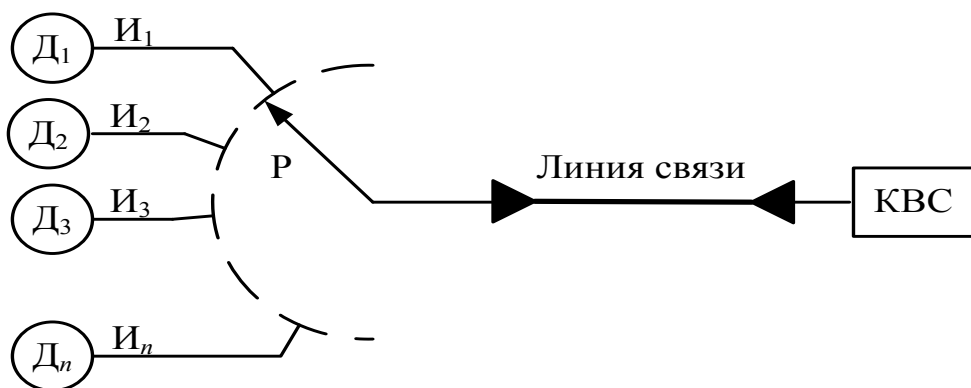


Рис. 7. Условное временное разделение каналов

В такой системе каждый источник как бы выходит на связь циклически через равные промежутки времени после опроса всех остальных источников.

3. Кодовое разделение. Тот или иной приемник присоединяется на основании некоторой кодовой комбинации, означающей адрес приемника. Полезная информация следует за разделяющим кодом. Система позволяет производить опрос источников в любом порядке.

Существуют и другие, в том числе более сложные и комбинированные способы разделения сигналов, которые здесь не рассматриваются.

Если рассмотреть все этапы движения информации в многоканальной системе телеметрии, то можно выделить три основных источника погрешности первичной информации, поступающей в КВС (комплекс вычислительных средств):

1) датчик телеметрии вместе с преобразующим оборудованием подключения измерительных органов;

2) аналого-цифровое преобразование, осуществляющее квантование информации по уровню с погрешностью ( $\pm \frac{1}{2}\Delta x$ );

3) временное разделение каналов и циклический опрос источников, которые приводят к несинхронному появлению информации о разных параметрах. Измеренные величины рассматриваются как представители одного электрического режима, хотя на самом деле они представляют множество промежуточных режимов.

На этапе модуляции, демодуляции и движения информации по КС благодаря применению помехозащищенных кодов (кроме редких ситуаций) погрешность не вносится.

## Глава 5. Преобразование информации

В АСУ непрерывная информация преобразуется в дискретную и наоборот. Рассмотрим кодирование непрерывной информации. Устройство, осуществляющее квантование входной непрерывной величины — замену непрерывной последовательности значений конечным числом дискретных значений — и формирующее кодовые комбинации в соответствии с выбранным кодом, называется *аналого-цифровым преобразователем (АЦП)*. Физические величины, подлежащие цифровому преобразованию, как правило, сначала преобразуются в пропорциональную механическую величину (угловое или линейное перемещение) или в электрическую (напряжение, ток). Код формируется в виде параллельных или последовательных во времени комбинаций электрических импульсов (параллельный и последовательный коды).

В параллельном коде символы одной кодовой комбинации передаются по параллельным цепям или по одной цепи, но в различных полосах частот. В последовательном коде символы (0, 1) передаются поочередно (последовательно во времени) по одной цепи.

Для преобразования механических перемещений в код применяются кодирующие диски (кодовые шкалы) — устройства, позволяющие каждому квантованному уровню углового или линейного перемещения поставить в соответствие определенную кодовую последовательность, т. е. набор двоичных символов. Например, на рис. 8 показаны диск и шкала, на которых в качестве кодовых комбинаций приняты двоичные числа. Здесь может возникать ошибка считывания на границах участка квантования и достигать больших значений. Например, на границе между числами 3 (0011) и 4 (0100) может ошибочно быть воспринята информация 0111, соответствующая числу 7.

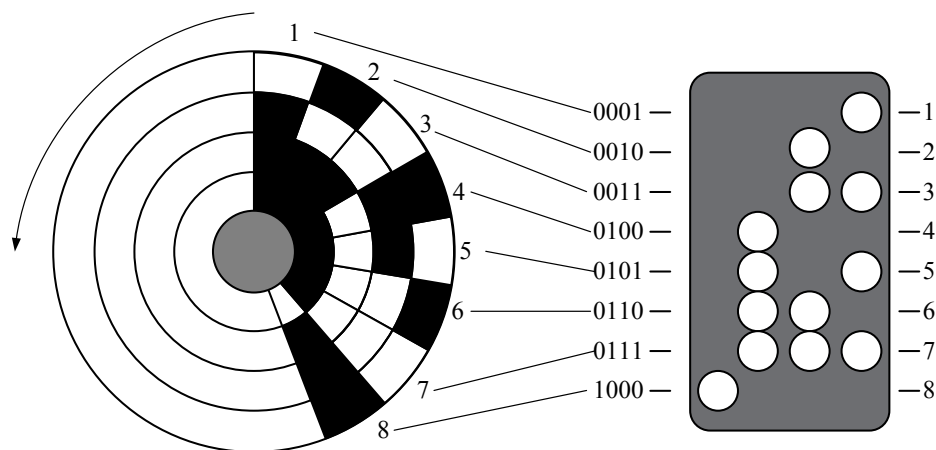


Рис. 8. Преобразование углового и линейного перемещений  
в цифровое двоичное представление

Для устранения этого фиксируются дискретные состояния шкал в момент считывания и применяется так называемый код Грея, в котором соседние кодовые комбинации различаются только в одном разряде. Пример кода Грея для двоичных чисел:

число	0.....1.....2.....3.....4.....5	...	13.....14.....15
код Грея	0000.... 0001.. 0011... 0010..... 0110..... 0111	...	1011.... 1001... 1000

Максимальная ошибка считывания при этом не превышает 1 квант. Например, на границе между 3 и 4 считывание приведет либо к 0010, либо к 0110.

Код Грея получается из двоичного кода по следующему правилу. Если в соседнем старшем разряде двоичного кода стоит 0, то символ кода Грея совпадает с символом двоичного кода; если в старшем разряде стоит 1, то символы кода Грея и двоичного кода противоположны. Например, число 13 в двоичной системе записывается как 1101, в коде Грея — как 1011. С целью дальнейшего движения информации осуществляется декодирование (ДК) кода Грея в двоичный код.

Для преобразования значения напряжения (тока) в цифровой код используются следующие методы: развертывающее преобразование без обратной связи; развертывающее преобразование с обратной связью; поразрядное уравнивание.



**Развертывающее преобразование без обратной связи.** Здесь используется промежуточное преобразование входного напряжения в длительность временного интервала или частоту импульсов. Поясним первый вид преобразования.

Временной интервал преобразуется в код путем подсчета числа импульсов фиксированной частоты на полученном интервале времени. Количество импульсов соответствует числу квантов в измеряемой величине. Структурная схема преобразователя приведена на рис. 9, где ГФЧ — генератор фиксированной частоты; ПНВ — преобразователь «напряжение — время»; ЭК — электронный ключ; СИ — счетчик импульсов. ЭК прерывает цепь подачи импульсов от ГФЧ в СИ в момент совпадения внутреннего линейно (пилообразно) нарастающего напряжения с входным напряжением  $U_{вх}$ . Счетчик импульсов последовательно набирает все кодовые комбинации, соответствующие натуральному ряду чисел от 0 до  $K$ , являющемуся цифровым эквивалентом входной непрерывной величины.

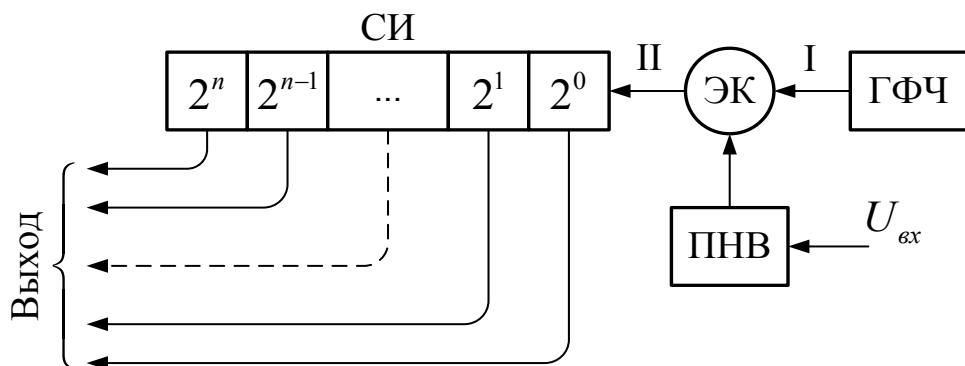


Рис. 9. Структурная схема развертывающего преобразования с ОС

Основой двоичного счетчика является **триггер**. Напомним, что триггер — это электронное устройство, предназначенное для записи, хранения и считывания двоичной информации в виде сигналов 0 и 1. Он имеет два устойчивых состояния равновесия, обозначенных 0 и 1. Эти состояния фиксируются на прямом ( $Q$ ) и инверсном выходах ( $\bar{Q}$ ). Триггер имеет два входа  $S$  (*set*) и  $R$  (*reset*), позволяющих переводить его в одно из устойчивых состояний. Логика переходов здесь следующая: если  $S = 0$  (при этом  $R = 1$ , сброс), то  $Q = 0$  и  $\bar{Q} = 1$ ; если  $S = 1$  (при этом  $R = 0$ ), то  $Q = 1$  и  $\bar{Q} = 0$ . Если входы  $S$  и  $R$  запараллелить в так называемый счетный вход  $C$ , то при поступлении сигнала  $C = 1$  сигналы на выходах инвертируются (0→1; 1→0).

На рис. 10 показана упрощенная схема трехразрядного счетчика, его исходное состояние и состояния выходов на первых четырех тактах работы



Пересчетное устройство выполняется на триггерах и имеет простую структурную схему. К моменту считывания с выхода ПС на параллельных каналах накопится двоичное состояние  $K$ , эквивалентное количеству квантов в величине  $U_{\text{вх}}$ . Недостатки схемы: жесткие требования к ГФЧ, так как отклонение в частоте импульсов вносит искажение в дискретную информацию; необходимость получения точного линейно нарастающего напряжения. Отмеченные недостатки исключаются в следующем методе АЦП.

**Развертывающее преобразование с обратной связью.** В устройствах, основанных на данном методе, отсутствует промежуточное преобразование непрерывной величины  $U_{\text{вх}}$  во временной интервал или частоту. Вместо этого осуществляется обратное преобразование вырабатываемого пересчетной схемой кода в эквивалентную непрерывную величину — напряжение обратной связи  $U_{\text{ос}}$ , которая сравнивается посредством НО (нуль-органа) с выходной непрерывной величиной.

Электронный ключ на входе пересчетной системы (рис. 12) закрывается при  $U_{\text{вх}} = U_{\text{ос}}$ . Напряжение  $U_{\text{ос}}$  будет расти (накапливать импульсы от генератора импульсов ГИ) до тех пор, пока не выполнится условие  $U_{\text{ос}} = U_{\text{вх}}$ .

Декодирующее устройство ДУ предназначено для превращения кода в напряжение  $U_{\text{ос}}$ . Преобразование кода в непрерывную информацию рассматривается далее. В такой схеме кодирования от генератора импульсов не требуется стабильности частоты. Точность кодирования определяется величиной элементарного приращения напряжения на выходе ДУ. При этом ПС принимает все состояния от 0 до  $N$  (как и в предыдущем методе).

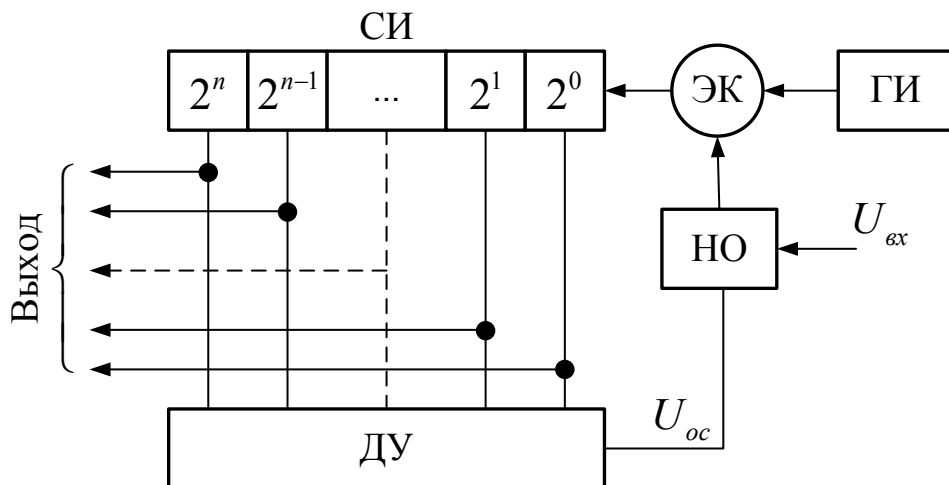


Рис. 12. Структурная схема развертывающего преобразования с ОС

**Поразрядное уравнивание.** Этот метод также основан на сравнении  $U_{\text{вх}}$  с сигналом обратной связи  $U_{\text{ос}}$ , являющимся эквивалентом набираемого кода. В отличие от предыдущего метода, здесь код набирается не за  $K$  тактов работы схемы, а за столько тактов, сколько разрядов  $(n+1)$  имеет кодирующее устройство. Упрощенная принципиальная схема преобразования показана на рис. 13, где программное устройство ПУ последовательно подает импульсы на каждый из триггеров памяти пересчетной схемы ПС, начиная со старшего разряда  $2^n$ , за  $(n+1)$  такт. В каждом такте сравниваются напряжения  $U_{\text{вх}}$  и  $U_{\text{ос}}$ .

В первом такте работы записью 1 в старшем разряде формируется число  $2^n$ , на выходе ДУ получается напряжение обратной связи  $U_{\text{ос}}$ , равное (или в некотором масштабе пропорциональное) числу  $2^n$ . Логика работы ПУ основана на сравнении  $U_{\text{ос}}$  и  $U_{\text{вх}}$ . Если  $U_{\text{ос}} > U_{\text{вх}}$ , то триггер данного разряда принимает состояние, соответствующее 0 (1 уничтожается); если  $U_{\text{ос}} \leq U_{\text{вх}}$ , то 1 сохраняется и осуществляется следующий такт. Во втором такте если предыдущая 1 сохраняется, то  $U_{\text{ос}} = 2^n + 2^{n-1}$ , и т. д.

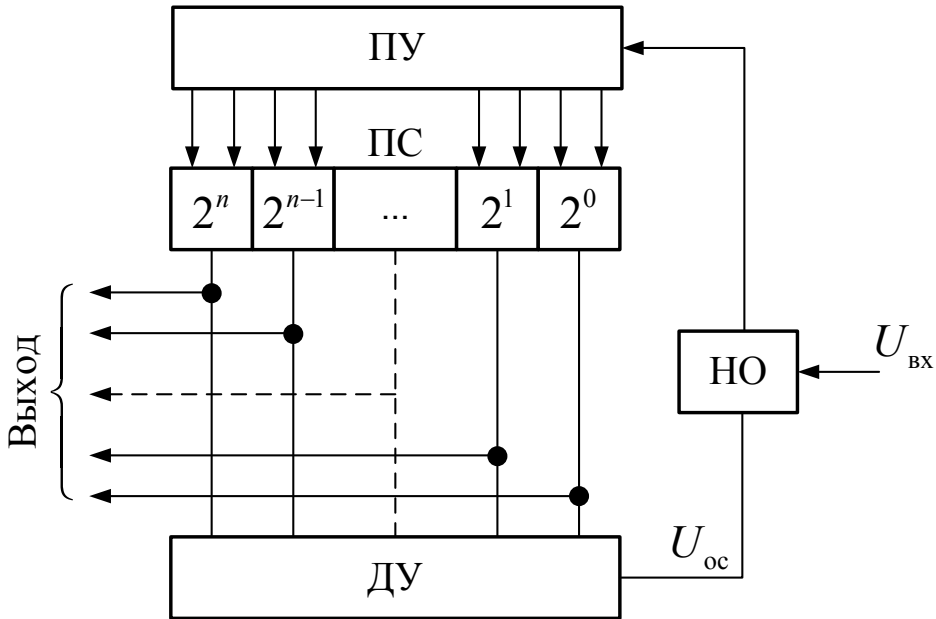


Рис. 13. Структурная схема преобразования с поразрядным уравниванием

Пусть, например, устройство имеет четыре разряда, одному кванту соответствует один вольт. Максимальное входное напряжение может быть равным 15 В, так как  $U_{\text{max}} = 2^n - 1$ . Допустим, что входное напряжение  $U_{\text{вх}} = 5,2$  В. Квантование за четыре такта проиллюстрировано диаграммой состояний триггеров:

Диаграмма состояний триггеров

Такты	Триггеры				
I	→1	0	0	0	$U_{oc} = 8; U_{oc} > 5,2$
II	0	→1	0	0	$U_{oc} = 4; U_{oc} < 5,2$
III	0	1	→1	0	$U_{oc} = 6; U_{oc} > 5,2$
IV	0	1	0	→1	$U_{oc} = 5; U_{oc} < 5,2$

На диаграмме стрелками отмечены те разряды, в которых формируются 1 в соответствующие такты работы схемы преобразования; рамками выделены те разряды, в которых по логике сохраняется 1 к следующему такту; справа приведены значения напряжений обратной связи по тактам и их сопоставление с преобразуемым значением входного напряжения. Двоичное число на выходе (0101) после четвертого такта соответствует пяти квантам.

**Цифроаналоговое преобразование информации.** Результаты переработки информации в управляющей вычислительной машине получают-ся в виде двоичных чисел. Возникает задача преобразования этих чисел к виду, удобному для использования в качестве сигналов, на которых реагируют системы управления объектом. В частном случае такое преобразование необходимо в АЦП для получения напряжения обратной связи. На рис. 12 и 13 показаны декодирующие устройства ДУ, выполняющие эту функцию.

Для преобразования цифрового кода в непрерывную величину принимается во внимание тот факт, что любое двоичное число может быть представлено как сумма весовых коэффициентов соответствующих разрядов

$$N = a_n \cdot 2^n + a_{n-1} \cdot 2^{n-1} + \dots + a_2 \cdot 2^2 + a_1 \cdot 2^1 + a_0 \cdot 2^0, \quad (1)$$

где  $a_i$  есть 1 или 0 в двоичной системе. Например, числу  $N = 10011$  в двоичной системе счисления соответствует 19 квантов, так как

$$N = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 19.$$

Весовые коэффициенты  $2^i$ , начиная с младшего разряда, имеют значения 1, 2, 4, 8, 16 и т.д.; они показывают, с каким весом в сумме участвует разряд  $i$ . Если все весовые коэффициенты представить в виде некоторых потенциалов  $U_j = m \cdot 2^j$ , где  $m$  — коэффициент пропорциональности, и просуммировать те из потенциалов, для которых  $a_i = 1$ , то можно получить выходное напряжение, численно равное  $N$  в масштабе  $m$ ,

$$U_{\text{вых}} = a_n U_n + \dots + a_i U_i + \dots + a_0 U_0 = mN.$$

Таким образом, преобразование кода можно свести к суммированию электрических потенциалов. С этой целью используется схема, представленная на рис. 14, с операционным усилителем постоянного тока УПТ. Основу схемы преобразователя составляют: входной регистр числа  $N$ , представляющий собой набор триггеров  $T_0, \dots, T_n$ ; электронные ключи  $\text{ЭК}_i$ , замыкающие горизонтальную цепь при подаче на них сигнала 1 и размыка-

ющие цепь при отсутствии сигнала 0; входные эталонные сопротивления  $R_i$ , источник  $(-U_{\text{эт}})$  эталонного напряжения; суммирующее звено с усилителем постоянного тока УПТ и активным сопротивлением в цепи обратной связи.

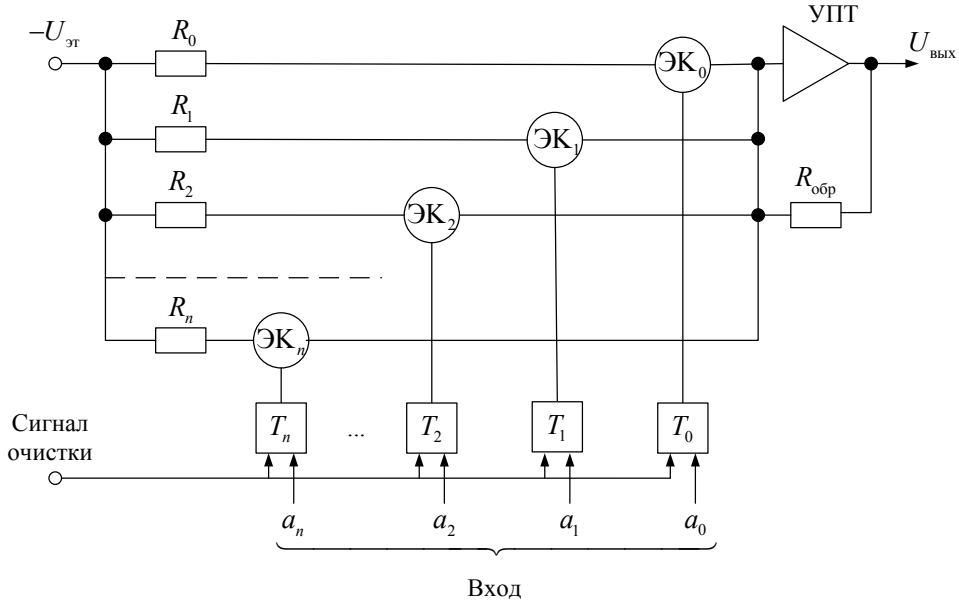


Рис. 14. Схема цифроаналогового преобразования информации

Входной регистр фиксирует число  $N$  на момент преобразования. Если входная величина представлена в виде некоторого кода, но не в двоичной системе счисления, то для получения входной величины в двоичном виде необходимо декодирующее устройство.

Как известно, для операционного усилителя выходное напряжение

$$U_{\text{вых}} = \sum_{i=0}^n \frac{R_{\text{обр}}}{R_i} U_i,$$

где  $R_{\text{обр}}$  — сопротивление обратной связи;  $R_i$  — входные сопротивления.

Учитывая, что передаточные коэффициенты электронных ключей  $K_i$  равны 0 или 1 и соответствуют значениям  $a_i$  входного числа  $N$ , т. е.  $U_i = U_{\text{эт}} a_i$ , выражение для  $U_{\text{вх}}$  может быть представлено в виде

$$U_{\text{вых}} = U_{\text{эт}} R_{\text{обр}} \sum_{i=0}^n \frac{a_i}{R_i}.$$

Если в рассматриваемой схеме эталонные сопротивления  $R_i$  взять кратными величине  $2^{-i}$ , например, 1,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ , ...,  $\frac{1}{2^n}$ , т. е. проводимости  $1/R_i$  — кратными  $2^i$ , то

$$U_{\text{вых}} = m (a_n 2^n + a_{n-1} 2^{n-1} + \dots + a_1 2^1 + a_0 2^0). \quad (2)$$

Из формул (2) и (1) видно, что рассмотренная схема позволяет получить электрический эквивалент числа  $N$  в масштабе  $m$ .

## Глава 6. Кодирование сообщений

Процессы, с помощью которых могут быть собраны и переданы необходимые сведения по каналам связи, изучаются в одном из важнейших разделов кибернетики, который называется **теорией информации** — наукой о формировании, передаче, хранении информации. При этом информация оценивается не по смыслу передаваемых сообщений, а с точки зрения количественных признаков — во сколько раз сообщение сокращает незнание о том или ином событии. Сообщения передаются специально выбранным способом записи сведений. Для этого используется некоторый набор исходных символов, посредством которых каждому дискретному сообщению ставится в соответствие определенная последовательность (комбинация) символов. Эта последовательность называется *словом*, а число символов в слове — *длиной слова*. Формирование слов с помощью исходных символов называется **кодированием**. *Код* — это множество построенных по определенному правилу последовательностей символов, называемых *кодowymi комбинациями*. Иными словами, код есть некоторое множество слов, образованных из исходных символов, поставленное в однозначное соответствие с множеством описываемых состояний. Число символов в слове кода (длина слова) в некоторых случаях называют *разрядностью кода*. Число слов кода должно быть не менее числа описываемых состояний. Число используемых символов называется *основанием кода*. Для построения кода чаще всего используют цифры одной из систем счисления.

Методы теории информации в основном служат для создания наиболее эффективных форм передачи сведений при одновременном сохранении их достоверности. Информация рассматривается как мера получения знаний, или, что то же самое, как мера уменьшения неопределенности знаний о предметах, явлениях. Это означает, что информация может быть как-то измерена в некоторой системе единиц. Такое количественное измерение информации требуется не только для теоретических построений, оно имеет и большой практический смысл, поскольку количество передаваемой информации в виде тех или иных сигналов по соответствующим каналам определяет необходимую пропускную способность их.

Для широкого класса задач, в который входят технические и экономические задачи, существует определенная количественная оценка информации. Основой ее является следующее представление: всякое сообщение можно рассматривать как некоторое сведение об определенном событии

$(a_i, t)$ , указывающее на состояние  $a_i$ , в котором получаемая система находилась в момент времени  $t$ . Здесь предполагается, что таких возможных состояний несколько и до сообщения не было известно, в каком из них находилась система в момент времени  $t$ . Следовательно, до сообщения была неопределенность знаний о состоянии системы и эта неопределенность оказалась снята данным сообщением. Однако в различных случаях неопределенность может быть разной, а значит и ценность информации, снимающей эту неопределенность, тоже различна. Именно эту ценность следует измерить количественно. Иными словами, будем считать, что количество информации есть некоторая мера уменьшения неопределенности.

Пусть имеется  $N$  возможных равновероятных состояний системы, причем до получения сообщения неизвестно, в каком из них она находится, т. е. состояние системы неопределенно. При этом чем больше  $N$ , тем больше и неопределенность. Действительно, например при  $N = 2$  система может находиться в одном из двух состояний, следовательно, неопределенность невелика: с вероятностью  $p = 0,5$  можно утверждать, что система находится в каком-либо из двух состояний. При  $N = 20$  неопределенность значительно больше, так как вероятность правильно указать состояние системы составляет всего  $p = 1/20 = 0,05$ .

При поступлении сообщения о том, в каком состоянии находится система, получаемая информация полностью снимает неопределенность. Введем понятие о максимальном количестве информации  $I(N)$ , т. е. о таком количестве, которое содержится в сообщении, полностью снимающем неопределенность при  $N$  возможных состояниях системы.

Естественно принять, что количество информации  $I(N)$  тем больше, чем больше была предшествующая неопределенность, т. е. чем больше  $N$ , поскольку информация снимает эту неопределенность.

Рассмотрим два частных случая. При  $N = 1$  нет никакой неопределенности в состоянии системы, поскольку заранее известно, что она находится в единственно возможном состоянии. Следовательно, сообщение об этом состоянии вообще не несет информации, т. е.  $I(1) = 0$ .

При  $N = 2$  неопределенность зависит от вероятности пребывания системы в том или ином состоянии. Для начала будем считать оба состояния равновероятными. Поскольку необходимая информация может быть представлена двоичным словом, имеющим длину  $L = 1$  и указывающим на одно из двух возможных состояний 0 или 1, то для  $N = 2$  количество информации  $I(2) = 1$ . Это количество информации принято за единицу измерения и называется битом (от сокращения английских слов *binary digit* — двоичная информация, двоичный разряд), а все остальное количество  $I(N)$  выражается в виде некоторого числа таких единиц. Таким образом, *бит* — количество информации в сообщении, сокращающем незнание вдвое, при этом величина  $I(N)$  в битах показывает, сколько надо задать вопросов, на кото-



рые ответ дается в виде «да» (1) или «нет» (0), чтобы однозначно определить любое из  $N$  возможных состояний. Естественно, при  $N > 2$  количество информации больше 1.

Найдем взаимосвязь между длиной слова  $L$ , величиной  $N$  и количеством различных символов, используемых в алфавите записи сообщений.

Пусть некоторый объект находится в одном из 16 равновероятных состояний. Поставим в соответствие каждому состоянию определенное сообщение, так что  $N$  разных сообщений полностью описывают все возможные состояния. Обозначим эти сообщения 16 буквами:

*а б в г д е ж з и к л м н о п р*

При таком способе обозначения каждого сообщения требуется 16 разных букв (или каких-либо других различных символов). Разумеется, это не единственный способ записи (обозначения) сообщений. Таких способов может быть сколько угодно много. Например, эти же сообщения можно обозначить, используя всего четыре символа — цифры 1, 2, 3, 4 в виде цифровых комбинаций (последовательностей) и ни разу не повторившись:

*а..... б..... в..... г..... д..... е..... ж..... з..... и..... к..... л..... м..... н..... о..... п..... р*  
*11.... 12.... 13.... 14.... 21.... 22.... 23.... 24.... 31.... 32.... 33.... 34.... 41.... 42.... 43.... 44*

Если через  $h$  обозначить число используемых символов, то при первом способе  $h = 16$  и слово состоит из одного символа, т.е. длина слова  $L_1 = 1$ , а при втором —  $h = 4$  и  $L_2 = 2$ . При первом способе каждый полученный символ сокращает незнание в 16 раз, так как определяет один из 16 возможных вариантов, при втором — в четыре раза.

Нетрудно видеть, что количество символов в сообщении  $L$  связано с  $N$  и  $h$  выражением  $N = h^L$ , откуда

$$L = \log_h N. \quad (3)$$

Величина  $L$  называется **аддитивной мерой информации**, или **количественной мерой неопределенности Хартли** — по имени американского инженера, впервые предложившего оценивать по формуле (3) степень неопределенности опыта с  $N$  различными исходами. Применительно к задаче кодирования величина  $L$  показывает, какое количество символов должно содержать слово, чтобы однозначно определить любое из  $N$  состояний. Например, для представления информации о напряжении в сети 500 кВ с точностью 0,1 кВ в десятичной системе счисления (10 различных символов) достаточна длина слова  $L = 4$ . Это означает, что величина  $U = 510,2$  кВ будет представлена в квантах четырехразрядным числом 5102.

Носителем информации является совокупность различных сигналов. В азбуке Морзе, к примеру, это точка, тире, пауза. Наиболее проста в технической реализации система с двоичными сигналами (есть ток — нет тока, да — нет, 1—0). Увеличение числа разных элементарных сигналов позволяет

сделать их комбинации более сжатыми, но вместе с тем усложняет и удорожает систему передачи, поэтому в технических системах используется малое число элементарных сигналов. В АСУ, базирующихся на ПВК, элементарные сигналы должны соответствовать двоичной системе счисления (0 и 1).

Допустим, что некоторый алфавит состоит из букв, цифр, символов, общее число которых равно  $N$ . Поставим важную задачу выбора системы его кодирования с тем, чтобы, во-первых, легко распознать каждую букву (каждый элемент) этого алфавита и, во-вторых, при заданной частоте двоичных сигналов иметь наибольшую скорость передачи информации. Итак, код должен обеспечить однозначное декодирование. Например, коды элементов  $a - 1$ ,  $b - 10$ ,  $v - 101$  не удовлетворяют указанному требованию, так как сообщение 101101 не расшифровывается однозначно. Воспользовавшись принципом азбуки Морзе, можно ввести вместо паузы разграничительный признак, например 00, и тогда декодирование станет однозначным. Но это соответствует кодированию вида  $a - 100$ ,  $b - 1000$ ,  $v - 10100$ , приводящему к увеличению общего времени передачи сообщения. При этом сообщение предстанет в виде 100010010100.

Существуют равномерные и неравномерные коды. В *равномерном коде* обозначения всех элементов алфавита имеют одно и то же число символов, т. е. все слова кода имеют одну и ту же длину или разрядность. Например,  $a - 10$ ,  $b - 01$ ,  $v - 11$ . Этот способ кодирования наиболее просто реализуется в ПВК. Однозначное декодирование легко осуществляется, поскольку каждый элемент алфавита кодируется одинаковым числом символов.

Найдем соотношение между длиной  $L$  двоичного слова и количеством  $N$  кодируемых элементов алфавита. При  $L = 1$  имеем 2 варианта — 0 и 1, т. е. можно закодировать 2 элемента алфавита, например:  $a \rightarrow 0$ ,  $b \rightarrow 1$ . При  $L = 2$  имеем 4 кодовые комбинации 00; 01; 10; 11, позволяющие закодировать 4 элемента алфавита. Нетрудно видеть, что  $N = 2^L$ , откуда

$$L = \log_2 N. \quad (4)$$

Например, если в алфавите восемь элементов, то необходимо 3 бита информации для определения каждого элемента. Следовательно, каждое слово кода должно иметь три символа или, как говорят, код должен быть трехразрядным. В этом случае можно каждому элементу кодируемого алфавита поставить в соответствие трехразрядное слово в виде двоичного числа и получить так называемый простой двоичный код:

$\alpha_1$ .....	$\alpha_2$ .....	$\alpha_3$ .....	$\alpha_4$ .....	$\alpha_5$ .....	$\alpha_6$ .....	$\alpha_7$ .....	$\alpha_8$
001.....	010.....	011.....	100.....	101.....	110.....	111.....	000

Если при этом по формуле (4) получается дробное число  $L$ , то длина слова должна быть выбрана равной ближайшему большему целому числу.

Рассмотрим русский алфавит, состоящий из 33 элементов (32, буквы без «ё» и интервал между словами как элемент алфавита). В этом случае  $L = \log_2 33 = 5,04$ . Поскольку число символов может быть только целым, то длина  $L$  равномерного кода должна равняться шести.

В вычислительной технике применяют равномерные коды длиной в 8 бит. Кодовая комбинация в 8 битов называется *байтом*; 1 байт достаточно для кодирования алфавита из 256 элементов.

Несмотря на удобство технической реализации равномерного кода, в некоторых случаях от него приходится отказываться, так как он не всегда может обеспечить достаточную плотность информации во времени при передаче сообщений по каналу связи. К таким случаям, когда равномерный код становится неэффективным, можно отнести следующие: 1)  $N \neq 2^k$ , где  $k$  — целое число. Например, в алфавите из 32 элементов код имеет длину  $L = 5$ , однако уже в алфавите из 33 элементов код имеет длину  $L = 6$ , хотя для определения одного элемента алфавита из 33 элементов достаточно 5,04 бита информации; 2)  $N = 2^k$ , но вероятность появления отдельных элементов алфавита в тексте различна. В этом случае кодирование наиболее вероятных элементов алфавита осуществляется короткими кодовыми комбинациями, а менее вероятных — более длинными. Среднестатистическая длина кодовой комбинации может при этом уменьшаться.

Для повышения производительности каналов связи служит *неравномерный код*, в котором длина кодовой комбинации неодинакова для различных элементов алфавита; он учитывает статистические свойства языка. Например, для русского языка вероятности появления в тексте некоторых элементов алфавита следующие:

Элемент.....	Пробел.....	О.....	Е.....	А.....	И.....	Н ...	.....	Ф.....	Э
Вероятность.....	0,146.....	0,094...	0,071...	0,069....	0,064...	0,057 ...	.....	0,003 ...	0,002

Наиболее вероятным элементам присвоим самые короткие кодовые комбинации. Поэтому предварительно элементы алфавита ранжируются в порядке убывания их вероятностей (см. пример алфавита из пяти элементов в табл. 2).

Поскольку при составлении таблицы кодов необходимо обеспечить однозначное декодирование без применения разделительных сигналов, то ни одно кодовое обозначение **не должно совпадать** с началом другого более длинного кодового обозначения. Например, если 101 — обозначение какого-либо элемента алфавита, то не могут встречаться коды 1, 10, 10110 и т. д. для других элементов.

Связь между вероятностями сообщений (появления того или иного элемента алфавита) и среднестатистической длиной двоичного слова выражается по формуле

$$L_{\text{cp}} = \sum_{i=1}^N p_i l_i ,$$

где  $l_i$  — длина кодовой комбинации  $i$ -го элемента.

Неравномерное кодирование преследует цель уменьшить среднестатистическую длину слова  $L_{\text{cp}}$ . Чем меньше  $L_{\text{cp}}$ , тем лучше система кодирования.

Рассмотрим кодирование для алфавита из пяти элементов с учетом требования различимости по началу (табл. 1). Для предложенного примера неравномерное кодирование в виде «пирамиды» с минимальной длиной  $L_{\text{min}} = 1$  и максимальной  $L_{\text{max}} = 5$  обеспечивает среднестатистическую длину слова  $L_{\text{cp}} = 2,3$  вместо длины слова 3 в равномерном коде.

Таблица 1

Сравнение различных систем кодировки

Элемент	Вероятность	Равномерное кодирование		Неравномерное кодирование			
				«Пирамида»		Код Шеннона	
		Код	Длина	Код	Длина	Код	Длина
$\alpha_4$	0,35	100	3	1	1	11	2
$\alpha_2$	0,25	010	3	01	2	10	2
$\alpha_1$	0,20	001	3	001	3	01	2
$\alpha_5$	0,15	101	3	0001	4	001	3
$\alpha_3$	0,05	011	3	00001	5	000	3
$L_{\text{cp}}$	—		3	—	2,3	—	2,2

Существует оптимальное кодирование (например, код Шеннона, дополнительные сведения о котором можно найти в источнике [1]), обеспечивающее значение  $L_{\text{cp}}^{\text{min}}$ . Для нашего примера оптимальный код Шеннона обеспечивает  $L_{\text{cp}} = 2,2$ . Чтобы получить этот код, всю совокупность элементов алфавита разделим на две группы с близкими или равными суммарными вероятностями, учитывая, что элементы записаны в порядке убывания их вероятностей. В кодовые комбинации элементов верхней группы запишем единицы, нижней группы — нули. Внутри каждой группы повторим процедуру до исчерпания всех элементов. Код Шеннона обеспечивает однозначное декодирование. Например, сообщение 010001001001 благодаря заложенному принципу однозначного декодирования рассматривается как последовательность сообщений 01 000 1001 001, которое декодируется в символьное сообщение  $[\alpha_1 \alpha_3 \alpha_2 \alpha_1 \alpha_5]$ .

## Глава 7. Повышение помехоустойчивости передаваемой информации

Рассмотрим вопросы помехоустойчивости для равномерного кода. Для любого алфавита может быть составлена таблица кодовых комбинаций. При передаче сообщения по каналу связи каждая кодовая комбинация несет полученную информацию. Однако из-за внешних воздействий на канал связи (электромагнитные наводки, электрические разряды и т. д.) и внутренних сбоев в работе аппаратуры передачи появляются помехи, искажающие кодовые комбинации. В одной кодовой комбинации может быть искажено несколько сигналов, однако вероятность двойного (и более) искажения одной кодовой комбинации чрезвычайно мала, поэтому часто отстройка от таких помех не осуществляется. Будем считать, что возможно лишь однократное искажение кодовой комбинации (получение 0 вместо 1 или, наоборот, только в одном из разрядов слова).

Характерной особенностью рассмотренных кодов является их избыточность, т. е. максимальное использование комбинационной возможности из  $L$  сигналов (1 или 0). Однако помехоустойчивость их низка, так как любое искажение какого-либо сигнала приводит к образованию другой кодовой комбинации, также имеющейся в таблице кодов данного алфавита. Мощным средством повышения помехоустойчивости систем передачи информации является **применение корректирующих кодов**, использующих свойство избыточности, т. е. передачи дополнительных сигналов, не несущих полезной информации, но позволяющих обнаружить и исправить ошибки от помех. Хотя при этом снижается производительность приемопередающих систем, помехоустойчивость повышается.

Из общего числа возможных комбинаций  $N = 2^L$ , где  $L$  — число символов в кодовой комбинации (длина равномерного кода), для построения кода используются только  $N'$  комбинаций  $N' < N$ , называемых *разрешенными*. Остальные  $N - N'$  комбинации называются *запрещенными* и не используются. Получение на приемном конце запрещенной кодовой комбинации свидетельствует об искажении переданного сигнала, и, следовательно, факт искажения обнаруживается. Такие коды называются *кодами с обнаружением ошибок*.

Разновидностью помехоустойчивых кодов являются коды с исправлением ошибок, использующие избыточность. Каждой разрешенной кодовой комбинации соответствует некоторая группа запрещенных комбинаций, в которую может перейти разрешенная кодовая комбинация при искажении одного из сигналов. Получение на приемном конце запрещенной кодовой комбинации не только обнаруживает ошибку, но и позволяет исправить ее, определив, к какой группе данная запрещенная комбинация относится.

Естественно, что группы запрещенных комбинаций не должны пересекаться, т.е. ни одна запрещенная комбинация не должна принадлежать двум или более группам, каждая из которых соответствует своей разрешенной комбинации.

Для оценки корректирующей способности кодов вводится понятие *кодového расстояния* (*расстояние Хэмминга*), соответствующего числу элементов, на которое отличаются друг от друга две кодовые комбинации. Кодовое расстояние определяется суммированием по модулю 2 (суммированием в двоичной системе счисления без переноса в старший разряд) рассматриваемых кодовых комбинаций. Например, для двух слов 1011 и 0110 кодовое расстояние равно 3, так как

$$1011 \oplus 0110 = 1101.$$

В таблице кодовых комбинаций кодовые расстояния могут быть различными. Например, для равномерного кода алфавита  $\alpha_1, \dots, \alpha_5$  (см. табл. 2) они имеют значения от 1 до 3. Корректирующие возможности кода характеризуются минимальным кодовым расстоянием  $D$ . Для безызбыточных кодов  $D = 1$ .

Принципы повышения помехоустойчивости кода поясним при помощи  $L$ -мерного куба, в котором каждой вершине ставится в соответствие кодовая комбинация, а длина ребра равна единице. Кратчайший путь по ребрам от вершины к вершине характеризует кодовое расстояние. На рис. 15 дана геометрическая модель для трехразрядных кодов ( $L = 3$ ). Все восемь вершин образуют непомехоустойчивый код, при этом  $D = 1$ . Обнаружение ошибки возможно лишь в кодах с  $D \geq 2$ .

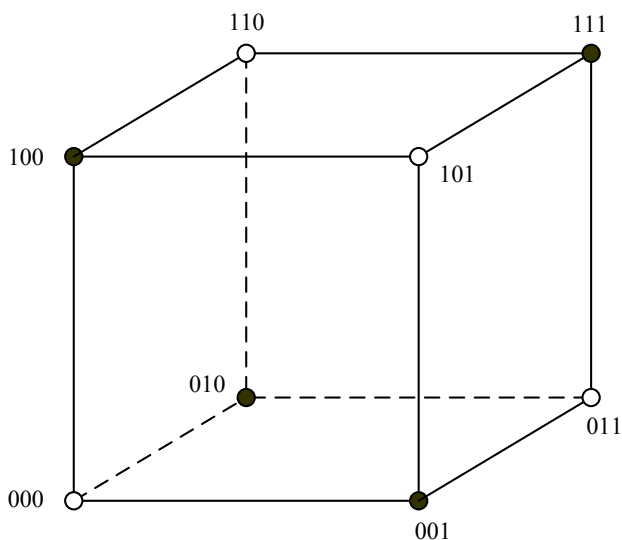


Рис. 15. Геометрическая интерпретация трехразрядного кода

Для трехразрядного кодирования из восьми вершин можно взять лишь четыре, т. е. четыре элемента алфавита закодировать:

$\alpha_1$ .....  $\alpha_2$ .....  $\alpha_3$ .....  $\alpha_4$   
 000..... 011..... 101..... 110

На рис. 15 соответствующие вершины куба выделены белым цветом. Легко видеть, что здесь в каждой кодовой комбинации имеется четное число единиц. Если на приемном конце обнаруживается нечетное число единиц, то переданное сообщение об элементе алфавита ошибочно, и его следует повторить. Можно взять за основу другую группу кодов с нечетным числом единиц, тогда четное количество единиц будет свидетельствовать о помехе.

При кодировании восьми элементов алфавита для обеспечения  $D = 2$  длина кодовой комбинации должна быть увеличена с трех до четырех:

$\alpha_1$ .....  $\alpha_2$ .....  $\alpha_3$ .....  $\alpha_4$ .....  $\alpha_5$ .....  $\alpha_6$ .....  $\alpha_7$ .....  $\alpha_8$   
 1001..... 1010..... 0011..... 1100..... 0101..... 0110..... 1111..... 0000

Как видно, это приводит к избыточности информационного сообщения, позволяющей обнаружить однократные искажения при передаче. Дополнительный четвертый разряд (отмечен чертой снизу) иногда называют контрольным, он формируется по правилу дополнения числа единиц в исходной кодовой комбинации до четного значения. Получение на приемном конце кодовой комбинации с нечетным числом единиц свидетельствует об ошибке в передаче, однако исправить ее невозможно. Например, принятый сигнал 0001 мог получиться однократным искажением либо  $\alpha_1$ , либо  $\alpha_3$ ,  $\alpha_5$ ,  $\alpha_8$ .

Для исправления ошибки необходимо обеспечить  $D = 3$ , что приводит к еще большей избыточности. Например, для трехразрядного кода с  $D = 3$  возможны лишь две кодовые комбинации с двумя элементами алфавита (табл. 2).

Таблица 2

Трехразрядный код с возможностью исправления ошибок

Элемент	Разрешенный код	Запрещенные коды по группам		
$\alpha_1$	000	001	010	100
$\alpha_2$	111	110	101	011

Получение на приемном конце трех нулей или кодовой комбинации с двумя нулями и одной единицей свидетельствует о передаче элемента  $\alpha_1$ , получение комбинаций с тремя или двумя единицами свидетельствует о передаче  $\alpha_2$ .

Для кодирования четырех элементов алфавита с  $D = 3$  длина каждой кодовой комбинации должна быть не менее 5, например:  $\alpha_1 \rightarrow 00000$ ,  $\alpha_2 \rightarrow 10011$ ,  $\alpha_3 \rightarrow 11100$ ,  $\alpha_4 \rightarrow 01111$ .

При построении системы передачи информации с исправлением ошибок наибольшее распространение получили **коды Хэмминга**. Опишем способы ко-

дирования для алфавита, содержащего не более 16 элементов. В этом случае при  $D = 1$  длина равномерного кода без обнаружения и исправления ошибки  $L = 4$ . Обозначим символы четырехразрядного кода через  $a, b, c, d$ . Соответствующие кодовые комбинации для части алфавита приведены в табл. 3.

При формировании кода Хэмминга символы  $a, b, c, d$  будем называть информационными (несущими полезную информацию) и дополним их контрольными символами  $x_1, x_2, x_3$  так, чтобы кодовая комбинация имела вид  $[x_1 x_2 x_3 b c d]$ .

Таблица 3

Комбинации четырехразрядного алфавита

Элемент	Двоичный код				Элемент	Двоичный код			
	$a$	$b$	$c$	$d$		$a$	$b$	$c$	$d$
$\alpha_1$	0	0	0	1	$\alpha_9$	1	0	0	1
$\alpha_2$	0	0	1	0	$\alpha_{10}$	1	0	1	0
$\alpha_3$	0	0	1	1	$\alpha_{11}$	1	0	1	1
$\alpha_4$	0	1	0	0	$\alpha_{12}$	1	1	0	0
$\alpha_5$	0	1	0	1	$\alpha_{13}$	1	1	0	1
$\alpha_6$	0	1	1	0	$\alpha_{14}$	1	1	1	0
$\alpha_7$	0	1	1	1	$\alpha_{15}$	1	1	1	1
$\alpha_8$	1	0	0	0	$\alpha_{16}$	0	0	0	0

Для заданных значений  $a, b, c, d$  контрольные символы  $x_1, x_2, x_3$  должны быть такими, чтобы в табл. 4 сумма  $y_i$  по модулю 2 всех элементов каждой из трех строк была равной 0 (все  $y_i = 0$ ).

Таблица 4

Определение контрольных сумм для кода Хэмминга

$y_1$	$x_1$	—	$a$	—	$b$	—	$d$
$y_2$	—	$x_2$	$a$	—	—	$c$	$d$
$y_3$	—	—	—	$x_3$	$b$	$c$	$d$

Нетрудно видеть, что при формировании кода должны соблюдаться условия

$$\begin{cases} x_1 = a \oplus b \oplus d; \\ x_2 = a \oplus c \oplus d; \\ x_3 = b \oplus c \oplus d. \end{cases}$$

что эквивалентно дополнению до четности кодовых комбинаций  $abd, acd$  и  $bcd$ .

При получении кодовой комбинации без искажения в канале связи все контрольные суммы  $y_i = 0$ . Искажение кодовой комбинации приведет к получению  $y_i \neq 0$ . Элементы  $y_i$  могут быть составлены в двоичное число  $z = [y_3 y_2 y_1]$ , указывающее на номер разряда, в котором произошло иска-



жение информации, и на необходимость инверсии сигнала в этом разряде. Это следует из заполнения приведенной выше таблицы.

Искажение первого по счету сигнала  $x_1$  отразится лишь в контрольной сумме  $y_1$ , в результате получится число  $z = 001_{(2)} = 1_{(10)}$ . Здесь индексы (2) и (10) показывают, в какой системе счисления (двоичной или десятичной) сделана соответствующая запись. Искажение второго сигнала  $x_2$  вызывает появление числа  $z = 010_{(2)} = 2_{(10)}$ , искажение третьего сигнала  $a$  отразится в контрольных суммах  $y_1$  и  $y_2$ , что приводит к образованию числа  $z = 011_{(2)} = 3_{(10)}$ . Искажение, например, в последнем разряде элемента  $d$  кодовой комбинации отразится во всех контрольных суммах  $y_1, y_2, y_3$ , в результате получится число  $z = 111_{(2)} = 7_{(10)}$ , указывающее на ошибку в седьмом разряде. В табл. 5 приведены коды Хэмминга для элементов алфавита.

В АСУ многих технологических процессов широкое применение находят **циклические коды**, позволяющие обнаруживать и исправлять ошибки и обеспечивающие простую схемную реализацию кодирующих и декодирующих устройств.

Характерной особенностью кодов является следующее: циклический сдвиг любой кодовой комбинации на один шаг приводит к получению другой комбинации, принадлежащей данному коду.

Таблица 5

Коды Хэмминга для четырехразрядного алфавита

Элемент	Код						
	$x_1$	$x_2$	$a$	$x_3$	$b$	$c$	$d$
$\alpha_1$	1	1	0	1	0	0	1
$\alpha_2$	0	1	0	1	0	1	0
$\alpha_3$	1	0	0	0	0	1	1
$\alpha_4$	1	0	0	1	1	0	0
$\alpha_5$	0	1	0	0	1	0	1
$\alpha_6$	1	1	0	0	1	1	0
$\alpha_7$	0	0	0	1	1	1	1
$\alpha_8$	1	1	1	0	0	0	0
$\alpha_9$	0	0	1	1	0	0	1
$\alpha_{10}$	1	0	1	1	0	1	0
$\alpha_{11}$	0	1	1	0	0	1	1
$\alpha_{12}$	0	1	1	1	1	0	0
$\alpha_{13}$	1	0	1	0	1	0	1
$\alpha_{14}$	0	0	1	0	1	1	0
$\alpha_{15}$	1	1	1	1	1	1	1
$\alpha_{16}$	0	0	0	0	0	0	0

Пусть имеются информационные символы  $a, b, c, d$ , из которых, как было отмечено выше, можно образовать 16 кодовых комбинаций (см. табл. 4). Контрольные символы  $x_1, x_2, x_3$  приписываются справа и получается в общем виде запись семиразрядной кодовой комбинации  $F = [a b c d x_1 x_2 x_3]$ . Для формирования контрольных символов используется некоторое вспомогательное четырехразрядное двоичное число  $P$  (по количеству информационных символов), например,  $P_1 = 1011_{(2)} = 11_{(10)}$  или  $P_2 = 1101_{(2)} = 13_{(10)}$ . Здесь индексы в скобках, как и ранее, показывают, в какой системе счисления записано число. Как видно,  $P_1$  и  $P_2$  соответствуют простым числам в десятичной системе счисления, и в теории кодирования они называются образующими, так как делятся без остатка только на себя и на единицу. При кодировании пятиразрядных комбинаций используются следующие образующие числа:

$$P_1(5) = 10011_{(2)} = 19_{(10)}; P_2(5) = 11001_{(2)} = 31_{(10)}.$$

Вернемся к обсуждению семиразрядного циклического кода  $F$ . Всего при длине слова  $L = 7$  может быть 128 комбинаций. Из них выберем лишь те, которые делятся без остатка на образующее число. При этом под делением в двоичной системе будем понимать процедуру, которая выполняется с использованием арифметического действия сложения  $\oplus$  по модулю 2, т. е. без взаимодействия соседних разрядов. Представим число  $F$  как

$$F = [a b c d 000] + [000 x_1 x_2 x_3] = C + R.$$

Теперь можно сформулировать следующий вопрос. Чему должно быть равно число  $R$ , чтобы число  $F$  делилось на образующее число  $P$  без остатка? Нетрудно видеть, что число  $R$  равно остатку от деления  $C$  на  $P$ . Например, в десятичном исчислении к числу  $C = 39_{(10)}$  для  $P = 11_{(10)}$  необходимо прибавить 5, чтобы получить число 44, дающее при делении нулевой остаток.

Поскольку все 16 кодовых слов  $C_i$  могут быть получены как комбинация чисел  $C_1 = 0001000$ ,  $C_2 = 0010000$ ,  $C_4 = 0100000$ ,  $C_8 = 1000000$ , то достаточно найти остатки только для них:  $R_1 = 011$ ,  $R_2 = 110$ ,  $R_4 = 111$ ,  $R_8 = 101$ . Процесс получения чисел  $R_1$  и  $R_2$  показан на рис. 16.

$$C_1 \begin{array}{r} \overline{P_1} = \oplus \begin{array}{r} 1000 \\ \underline{1011} \\ 011 \\ \hline R_1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1011 \\ 0 \end{array} \quad C_2 \begin{array}{r} \overline{P_1} = \oplus \begin{array}{r} 10000 \\ \underline{1011} \\ 0110 \\ \underline{1011} \\ 1101 \\ \oplus \\ \underline{1011} \\ 110 \\ \hline R_2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1011 \\ 01 \end{array} \end{array}$$

Рис. 16. Процесс получения остатков от деления

Как видим, деление в каждом цикле проводится до тех пор, пока не получится текущий остаток, число разрядов в котором меньше или равно 3 (по количеству контрольных символов). Таким образом, определяют четыре образующие кодовые комбинации:  $F_1 = 0001011$ ,  $F_2 = 0010110$ ,  $F_4 = 0100111$ ,  $F_8 = 1101001$ . Все остальные получаются как комбинации указанных чисел, например:  $F_3 = F_1 + F_2 = 0011101$ ,  $F_{13} = F_1 + F_4 + F_8 = 1101001$ .

На приемном конце канала связи кодовая комбинация  $F$  подвергается контролю. Если при делении на образующее число  $P$  остаток равен нулю, то первые четыре информационных символа  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  без исправления используются по назначению. Если же  $R_i \neq 0$ , необходимо внести коррекцию в переданное двоичное слово.

Ошибка при передаче сообщения приводит к получению некоторой кодовой комбинации  $H_i$  вместо  $F_i$ . Например, если вместо  $F = 1101001$  имеем  $H = 1001001$ , то остаток  $R = 111$  при делении  $H$  на  $P = 1011$  свидетельствует о том, что  $F \neq H$ . Для выявления и исправления ошибки выполняются действия по следующему алгоритму:

1) подсчитывается вес  $w_0$  исходного остатка  $R_0$ , показывающий количество единиц в  $R_0$  (в рассматриваемом примере  $w_0 = 3$ ). Если  $w_0 = 1$ , то принятую комбинацию складывают по модулю 2 с остатком и получают исправленную комбинацию;

2) если  $w_0 > 1$ , то производят циклический сдвиг числа  $H$  на один символ влево и полученную комбинацию (число) снова делят на  $P$ . Если при этом новый вес остатка  $w_1 = 1$ , то остаток складывают с комбинацией и сдвигают в обратную сторону на 1 символ. В результате получается исправленная кодовая комбинация  $F$ . Если же снова  $w_0 > 1$ , то повторно осуществляют сдвиг влево и деление на  $P$  до получения остатка весом 1. Остаток складывается с последней циклической кодовой комбинацией, результат сдвигается вправо на соответствующее число циклов.

Продemonстрируем работу алгоритма на предложенном примере, в котором  $H_0 = 1001001$ , остаток  $R_0 = 111$  и вес  $w_0 = 3$ . Сдвигаем  $H_0$  на один разряд влево (единица старшего разряда переходит в младший разряд), т.е. имеем  $H_1 = 0010011$ . Деление на  $P$  дает остаток  $R_1 = 101$ ,  $w_1 = 2$ . Сдвигаем  $H_1$  влево и получаем  $H_2 = 0100110$ . Теперь деление на  $P$  дает остаток  $R_2 = 001$  с весом  $w_2 = 1$ . Складываем  $H_2$  и  $R_2$ , получаем число  $0100111$ , циклический сдвиг которого вправо на 2 разряда дает искомую кодовую комбинацию  $F = 11001001$ . Последнее число делится на  $P$  без остатка.

В данной главе не рассматривались вопросы повышения помехоустойчивости при групповых ошибках в кодовых комбинациях. Применение корректирующего кода не гарантирует безошибочность передачи информации, но повышает вероятность получения на приемном конце правильного результата. Схемы и аппаратную реализацию кодирующих и декодирующих

устройств можно найти в специальной литературе по передаче и обработке информации, телемеханике.

Для обеспечения высокой достоверности передачи информации в некоторых случаях используют принцип «переспроса». В том случае, если полученная информация признается недостоверной, на передающую сторону по специальному обратному каналу связи направляется сигнал запроса на повторную передачу информации. При этом вся передаваемая информация равномерно разделяется на отдельные блоки. Очевидно, для работы с блоками необходима на обоих концах передачи специальная буферная память для временной фиксации информации в блоке.

Достоверность передачи блока контролируется специальным двоичным числом, передаваемым вслед за информационной частью блока. В простейшем случае это число может быть получено как контрольная сумма всех чисел блока. На приемном конце операция контрольного суммирования чисел блока повторяется, и если две контрольные суммы — переданная и полученная — не совпадают, то получается сигнал в обратной связи, указывающий на ошибку в передаче информации. В современной аппаратуре передачи данных информационная часть блока, как правило, содержит от нескольких сотен до нескольких тысяч двоичных разрядов.

Большую роль в современных АСУ играют вычислительные сети, по которым осуществляется межмашинный обмен информацией. Присоединение ПВК к каналам связи выполняется через модемы (модулятор-демодулятор) — устройства передачи данных по выделенным или коммутируемым каналам связи. Информационный обмен между взаимодействующими объектами определяется так называемыми протоколами (программами, реализующими заданный алгоритм), предусматривающими как управление форматами сообщений, способом формирования контрольной информации, потоком команд, так и действия, необходимые в случае обнаружения ошибок.

## Глава 8. Обработка первичной информации

---

Необходимость повышения эффективности автоматизированных систем диспетчерского управления в ЭЭС обуславливает повышение требований к качеству информации, что может быть достигнуто не только за счет совершенствования системы передачи и сбора телеметрии, но и за счет программных средств (алгоритмов) обработки поступающей первичной информации.

Информация в виде ТИ и ТС до поступления в ПВК подвергается достоверизации при помощи отбраковки, дублирования, сглаживания, фильтрации и т. д., затем масштабируется в соответствующие числовые десятичные значения и кодируется для ввода в ПВК.

Одним из способов повышения достоверности первичной информации является ее **фильтрация**, позволяющая в какой-то мере избавиться от случайных колебаний и возмущений, появление которых определяет «зашумленность» полезного сигнала. Если поведение параметра не является полностью случайным и определяется некоторой регулярной составляющей, то удастся выделить нерегулярную (случайную) составляющую, которая появляется из-за помех в каналах связи и отдельных случайных «выбросов», в том числе полного отсутствия (потеря) информации в отдельные моменты.

Под *фильтрацией* понимается математическая (программная) обработка последовательности предшествующих значений ТИ, включая последнее текущее значение. Если  $x_t$  считать входным (исходным) значением параметра, то результатом фильтрации является новое отфильтрованное значение, которое обозначим как  $y_t$ .

В системах телеметрии ЭЭС за редким исключением используются лишь пороговые фильтры, отсекающие большие выбросы параметров вверх или вниз:

$$\begin{aligned} y_t &= x_t, & \text{если } x^m \leq x_t \leq x^M; \\ y_t &= x^m, & \text{если } x_t < x^m; \\ y_t &= x^M, & \text{если } x_t > x^M, \end{aligned}$$

где  $x^M$  и  $x^m$  — предполагаемые предельные значения (максимальное и минимальное) параметра ТИ. Заметного повышения качества информации можно добиться путем применения линейных и трендовых фильтров.

**Линейная фильтрация.** Для расчета линейной фильтрации используют формулу преобразования

$$y_t = \sum_{i=0}^K a_i x_{t-i\Delta t} + \sum_{j=1}^N b_j y_{t-j\Delta t}, \quad (5)$$

которая позволяет получить новое значение параметра  $y_t$  на основании линейной комбинации предшествующих  $N$  отфильтрованных и  $K$  входных значений, включая последнее ТИ  $x_t$ . Здесь  $a_i$  и  $b_j$  — весовые коэффициенты, способ задания которых определяет ту или иную модификацию фильтра;  $\Delta t$  — сдвиг во времени между измерениями. Накладывается условие, что сумма всех весовых коэффициентов должна быть равна 1, т. е.

$$\sum_{i=0}^K a_i + \sum_{j=1}^N b_j = 1.$$

Например, при  $K = 2$  и  $N = 2$  одна из модификаций может иметь вид

$$y_t = 0,3x_t + 0,2x_{t-\Delta t} + 0,1x_{t-2\Delta t} + 0,25y_{t-\Delta t} + 0,15y_{t-2\Delta t}.$$

Простейший линейный фильтр получил название **фильтра экспоненциального сглаживания**. В нем используется одно текущее значение параметра  $x_t$  и одно ранее отфильтрованное значение  $y_{t-\Delta t}$

$$y_t = ax_t + (1 - a)y_{t-\Delta t}. \quad (6)$$

Здесь  $a$  называется параметром сглаживания, или постоянной фильтра ( $0 < a \leq 1$ ). Этот параметр определяет «доверие» к ТИ. Чем точнее телеизмерение и меньше вероятность случайных отклонений, тем больше значение  $a$ .

Рассмотрим пример, в котором несколько последних значений параметра  $x$  есть 20, 20, 28, 20, 20. В таком случае при  $a = 0,5$  отфильтрованные значения будут  $y = \{20, 20, 24, 22, 21\}$ .

Рассмотрим модификацию линейного фильтра (6) как частный случай при  $b_j = 0$

$$y_t = \sum_{i=0}^k a_i x_{t-i\Delta t}; \quad \sum_{i=0}^k a_i = 1.$$

Здесь фильтрация осуществляется только по ряду ТИ, включая текущее значение  $x_t$ . Поскольку влияние последних ТИ обычно считается более существенным по сравнению со старыми ТИ, то весовые коэффициенты назначаются из принципа

$$a_0 > a_1 > a_2 > \dots > a_{t-\Delta t} > a_t.$$

Примером фильтрации по четырем ТИ может служить формула

$$y_t = 0,6x_t + 0,25x_{t-\Delta t} + 0,15x_{t-2\Delta t} + 0,05x_{t-3\Delta t}.$$

Одним из способов выявления скрытой закономерности в поведении контролируемого параметра  $x_t$  может быть определение его **тренда** в виде соответствующего уравнения регрессии. В большинстве случаев на небольших интервалах ретроспективы тренд довольно точно описывается линейной зависимостью

$$x_t^{\text{TP}} = a + bt, \quad (7)$$

где  $a$  и  $b$  — искомые коэффициенты (параметры) уравнения регрессии. Такая зависимость называется статистической, так как она неоднозначна и зависит от объема статистической информации (числа наблюдений  $T$ ), используемой для ее выявления. Не исключаются другие гипотезы о тренде, например, в виде квадратичной, экспоненциальной, гиперболической или другой зависимости.

Пусть имеется ряд предшествующих измерений вместе с текущим ТИ, которые занумеруем следующим образом:  $x_0, x_1, x_2, \dots, x_{T-1}, x_T$ . На рис. 17 показаны такие ТИ и прямая линия с некоторыми коэффициентами  $a$  и  $b$ . Задача состоит в определении таких значений  $a$  и  $b$  тренда (7), чтобы сумма квадратов  $\delta x_t^2$  была бы минимальной. Здесь  $\delta x_t$  — разница между трендовым значением по формуле (7) и фактическим значением ТИ  $x_t$ .

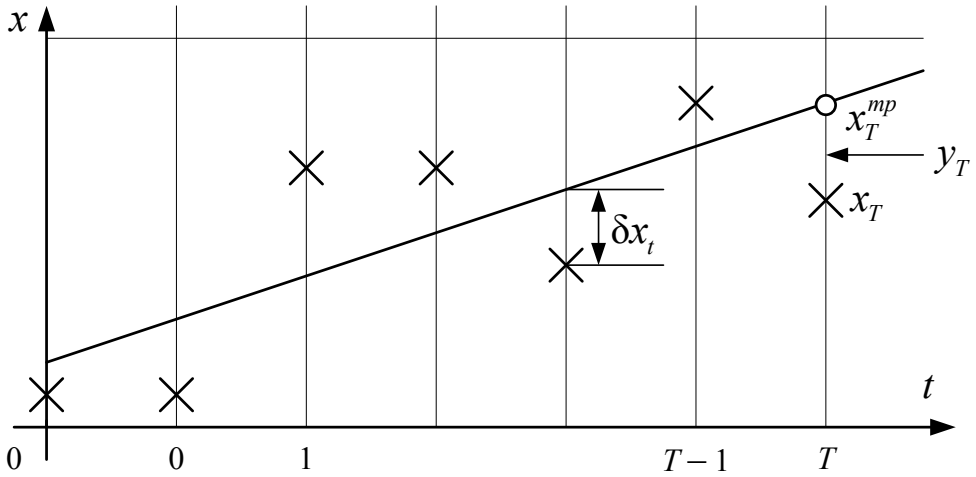


Рис. 17. Трендовая фильтрация

Отыскивается минимум функции

$$S = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^T x_t^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^T [x_t^{\text{тр}} - x_t]^2,$$

которую с учетом выражения (7) можно представить как

$$S = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^T (a + bt - x_t)^2.$$

Чтобы найти, при каких значениях  $a$  и  $b$  функция  $S$  достигает минимума, продифференцируем ее и приравняем частные производные нулю:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial S}{\partial a} = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^T (a + bt - x_t) = 0;$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial S}{\partial b} = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^T (a + bt - x_t) \cdot t = 0.$$

Решение полученных двух уравнений относительно искомых  $a$  и  $b$  обеспечивает получение тренда (7) и вычисление трендового значения при  $t = T$

$$x_T^{\text{тр}} = a + bT. \quad (8)$$

Прежде чем воспользоваться результатом (8) для фильтрации, необходимо проверить достоверность данного уравнения регрессии. Из теории статистики известно, что уравнение (7) имеет достаточную достоверность и им можно пользоваться, если  $S \leq 0,5 D$ , где дисперсия  $D$  вычисляется по формуле

$$D = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^T (x_t - \bar{x})^2,$$

которая получена с учетом того, что среднеарифметическое значение  $\bar{x}$  в свою очередь определяется как

$$\bar{x} = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^T x_t.$$

В противном случае, т. е. при  $S > 0,5 D$ , следует принять  $x_T^{\text{тп}} = \bar{x}$ .

**Трендовая фильтрация.** Трендовую фильтрацию можно построить как линейную комбинацию текущего ТИ и трендового значения, т. е. в виде

$$y_T = ax_T + (1 - a)x_T^{\text{тп}}, \quad (9)$$

по смыслу, напоминающему формулу (6), где  $a$  — весовой коэффициент, отражающий доверие к ТИ. На рис. 17 показано значение  $y_T$  при  $a = 0,5$ , получающееся посередине между  $x_T$  и  $x_T^{\text{тп}}$ .

Рассмотренные выше фильтры работают с одним параметром, телеизмерения которого поступают к месту обработки первичной информации с временным шагом времени  $\Delta t$ . Такие фильтры можно назвать **одномерными**, в отличие от **многомерных фильтров**, в которых при получении отфильтрованного значения  $y_i$  некоторого параметра с номером  $i$  используются данные о значениях других параметров  $x_j$ , где  $j \neq i$  ( $j = 1, \dots, J$ ). Например, при фильтрации такого параметра, как переток мощности в начале ЛЭП  $P_n$ , используется информация о перетоке мощности в конце линии  $P_k$  (здесь  $j = 1$ ). Ясно, что такая информация может повысить достоверность отфильтрованного значения, поскольку функциональная связь между  $P_n$  и  $P_k$  сильная (производная  $\partial P_n / \partial P_k \approx 1$ ). Другим примером сильной функциональной связи параметров  $x_i$  и  $x_j$  может служить напряжение и реактивная мощность узла. Если речь идет о нагрузочном узле, то повышение напряжения связано с понижением потребляемой реактивной мощности ( $\partial U_n / \partial Q_n < 0$ ), если же рассматривается генераторный узел, то  $\partial U_n / \partial Q_n > 0$ . Понятно, что информация о реактивной мощности узла может быть полезной при фильтрации ТИ о напряжении и наоборот.

**Согласование ТИ и ТС.** Одним из существенных способов повышения достоверности информации о режиме электрической системы является взаимный контроль ТИ и ТС. Например, если наряду с ТИ о перетоке мощности в линии  $P_l$  имеется ТС о состоянии выключателей на концах ЛЭП и если ТИ и ТС не противоречат друг другу, то величина  $P_l$  без предварительной корректировки участвует в дальнейшей обработке информации. Однако как ТИ, так и ТС могут быть искажены помехами на любом из участков тракта передачи информации. При их рассогласовании необходима предварительная взаимоувязка. Рассмотрим ЛЭП с расстановкой ТИ и ТС, представленную на рис. 18, а.



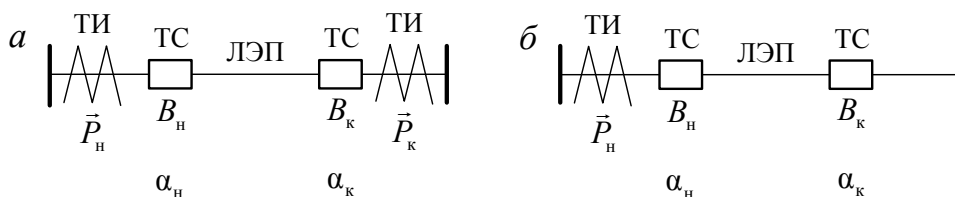


Рис. 18. Случаи расстановки ТИ и ТС в ЛЭП:  
с обоих концов (а) и с одного конца (б)

Если телеизмерения перетоков мощности в начале  $P_H$  и в конце ЛЭП  $P_K$  не равны нулю, а телесигналы  $\alpha_H = 1$ ,  $\alpha_K = 1$ , означающие, что выключатели  $B_H$  и  $B_K$  включены, то параметры  $P_H$  и  $P_K$  могут использоваться в дальнейшей фильтрации. Другим примером согласованности информации служит ситуация, когда значения ТИ —  $P_H = 0$ ,  $P_K = 0$ ; ТС —  $\alpha_H = 0$ ,  $\alpha_K = 0$ . При отключенной линии отсутствуют перетоки мощности, следовательно, с полным доверием можно отнестись к ТИ и ТС.

Рассмотрим некоторые случаи несогласованности ТИ и ТС. Пусть одно ТИ показывает отсутствие перетока мощности, например,  $P_H = 0$ ,  $P_K \neq 0$  (имеется существенное отличие от нуля) при  $\alpha_H = \alpha_K = 1$ . Согласованность трех параметров ( $\alpha_H$ ,  $\alpha_K$ ,  $P_H$ ) из четырех указывает на ошибочность (потерю) ТИ  $P_H$ . Для работы фильтра вместо  $P_H = 0$  следует воспользоваться какой-либо оценкой, к примеру, предшествующим замером или трендовой величиной.

Аналогичный и достаточно обоснованный вывод можно сделать в случае, если значения ТИ:  $P_H \neq 0$ ,  $P_K \neq 0$ , но одно из значений ТС, например  $\alpha_K$ , равно 0, хотя при этом  $\alpha_H = 1$ . По-видимому, есть неисправность в канале передачи ТС  $\alpha_K$ , так как три других параметра ( $P_H$ ,  $P_K$ ,  $\alpha_H$ ) указывают на работу и передачу мощности по ЛЭП.

Случаи одновременной ошибки в двух параметрах из четырех достаточно редки, поэтому зачастую их не рассматривают. Сложнее обстоит дело при меньшем числе ТИ и ТС на одну линию (см. рис. 18, б).

Пусть значения ТИ —  $P_H \neq 0$ , ТС —  $\alpha_H = 1$ ,  $\alpha_K = 0$ . Вероятнее всего, что канал связи, по которому передан ТС об отключенном выключателе  $B_K$ , неисправен. Для топологического отображения электрической сети следует принять  $\alpha_K = 1$ .

Пусть ТИ —  $P_H = 0$  (или близкое к нулю значение); ТС —  $\alpha_H = 1$ ,  $\alpha_K = 1$ . Следует искать неисправность в канале связи ТИ, а при текущей обработке информации о  $P_H$  повысить доверие к трендовому значению, например, принимая в формуле (9) крайнее значение весового коэффициента  $a = 0$ , что соответствует полному недоверию к полученному значению ТИ.

Как видим из приведенных примеров, возникает множество ситуаций при различных соотношениях в количестве и размещении ТИ и ТС. В це-

лом можно сказать, что согласование ТИ и ТС подвергается семантическому (смысловому) контролю, алгоритмы которого не всегда просто формализуются, особенно при большом числе ТИ и ТС в электрической сети. Однако ему уделяется серьезное внимание для повышения достоверности информации о режиме и топологии сети. Последнее очень важно в диспетчерском управлении.

## Глава 9. Новые информационные технологии в ЭЭС

Электромагнитные трансформаторы тока и напряжения были основными источниками информации об электрическом режиме с самого начала существования ЭЭС и остаются главными до настоящего времени.

Существенным недостатком этих устройств является невысокая точность, которая в свою очередь зависит от режима, так как характеристика электромагнитной индукции является нелинейной (вспомним о петле гистерезиса и насыщении магнитопровода). Другое важное обстоятельство связано с тем, что в электрической системе используется переменный ток, в котором напряжение и сила тока в любом элементе сети есть комплексные величины, представляемые векторами  $\dot{U}_i$ ,  $\dot{I}_j$ , имеющими длину (действующее значение — модуль напряжения или тока) и фазу (угол в заданной системе координат).

Поскольку действующее значение, к примеру, напряжения  $U_i$  определяется коэффициентом трансформации измерительного трансформатора, показывающим отношение числа витков в первичной и вторичной обмотках, постольку его измерение не представляет принципиальных затруднений, но оно связано с возникающими при этом существенными погрешностями.

Качественный скачок в технологиях измерения произошел при переходе к **измерениям мгновенных значений** переменного тока и напряжения с их цифровым отображением. Развитие микроэлектроники и создание аппаратуры, работающей на базе волоконно-оптических датчиков тока и напряжения, позволило обеспечить измерение мгновенных значений тока и напряжения, т.е. фактически получить осциллограммы данных параметров, но не в аналоговом виде, как это было ранее, а в цифровом виде.

На рис. 19, а показано отображение синусоидального переменного тока (напряжения) с частотой  $f = 50$  Гц мгновенными цифровыми величинами  $U_{\text{ц}}(t)$ , полученными в результате квантования АЦП. Естественно, количество таких измерений на периоде 0,02 с и соответствующие кванты времени  $\tau$  и кванты параметра  $\Delta x$  должны быть достаточными для обеспечения необходимой точности.

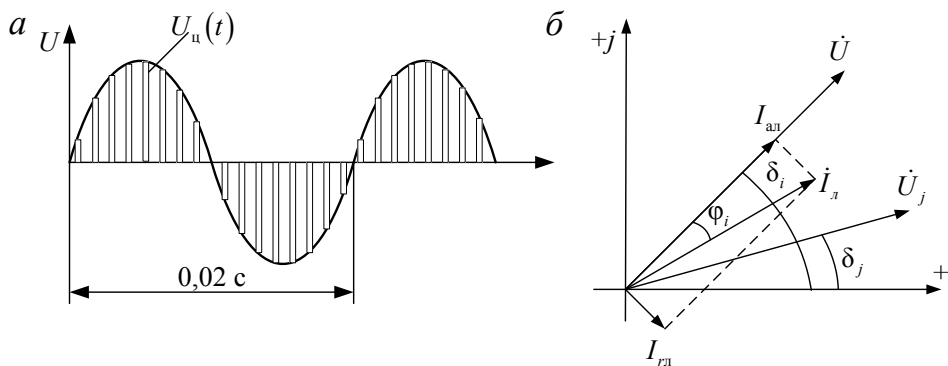


Рис. 19. Измерение мгновенных значений:

$a$  — цифровое отображение переменного напряжения с частотой 50 Гц;  
 $b$  — векторная диаграмма

Современные промышленные датчики дают фиксированные измерения с точностью до 0,01 % и частотой измерений до нескольких десятков тысяч в секунду. Новая технология основывается на волоконно-оптических датчиках тока и напряжения, построенных на эффекте поляризации света в электромагнитном поле. Соответствующие трансформаторы получили названия ОТТ — оптические трансформаторы тока и ОТН — оптические трансформаторы напряжения. Электронные преобразователи, используемые в ОТТ и ОТН, имеют оптоэлектронный блок, осуществляющий преобразование первичных мгновенных значений переменного тока и напряжения в пропорциональные значения низкого вторичного тока и далее в соответствующий цифровой сигнал.

Однако определение фазы, т.е. углового сдвига одного напряжения по отношению к другому, было и долго оставалось существенной проблемой. Дело в том, что любой электромагнитный фазометр имеет два входа, на которые подаются напряжения  $\dot{U}_1$  и  $\dot{U}_2$ . Например, можно в пределах одной подстанции определять сдвиг по фазе напряжений на обмотках трансформаторов или на шинах генераторов. Однако речь идет об измерениях фаз на шинах и линиях территориально (на сотни и тысячи километров) удаленных друг от друга объектов энергосистемы. Именно эти параметры режима являются весьма информативными, в частности, по ним можно судить об устойчивости режимов ЭЭС. Получение их по приборам до недавнего времени было невозможно и выполнялось не по измерениям и телеметрии, а только расчетным путем.

На рис. 19,  $b$  изображены векторы  $\dot{U}_i$ ,  $\dot{U}_j$  для двух удаленных друг от друга узлов (подстанций)  $i$  и  $j$ , а также вектор тока  $\dot{I}_l$  для одной из линий электрической сети. Фазы  $\delta_i$  и  $\delta_j$  показывают угловой сдвиг векторов напря-

жений узлов по отношению к вектору напряжения  $U_{\text{оп}}$  опорного узла, который ориентирован в комплексной плоскости по вещественной оси. Таким образом, задача заключается в одновременном, т. е. синхронизированном, измерении двух синусоид напряжений  $U_i(t)$ ,  $U_j(t)$  и передаче информации для обработки на диспетчерский пункт.

Развитие систем нового поколения спутниковой связи **GPS** (Global Positioning System — система глобального позиционирования) и **ГЛОНАСС** (Глобальная навигационная спутниковая система) привело к созданию **WAMS** (Wide Area Measurement Systems) — широкомасштабной системы сбора информации в ЭЭС. На современном этапе развития информационного обеспечения решаемых задач в ЭЭС в качестве средств ТИ все большее применение находят **PMU** (Phasor Measurement Units).

На рис. 20 показан комплекс измерительной аппаратуры как источник информации со всей необходимой атрибутикой. Как видно из рисунка, в состав комплекса PMU входят ОТТ и ОТН, оптоволоконные кабели, собственно блок PMU, вторичная нагрузка измерительных трансформаторов ОТТ и ОТН, делители (для масштабирования сигналов) и компьютер (ПК).

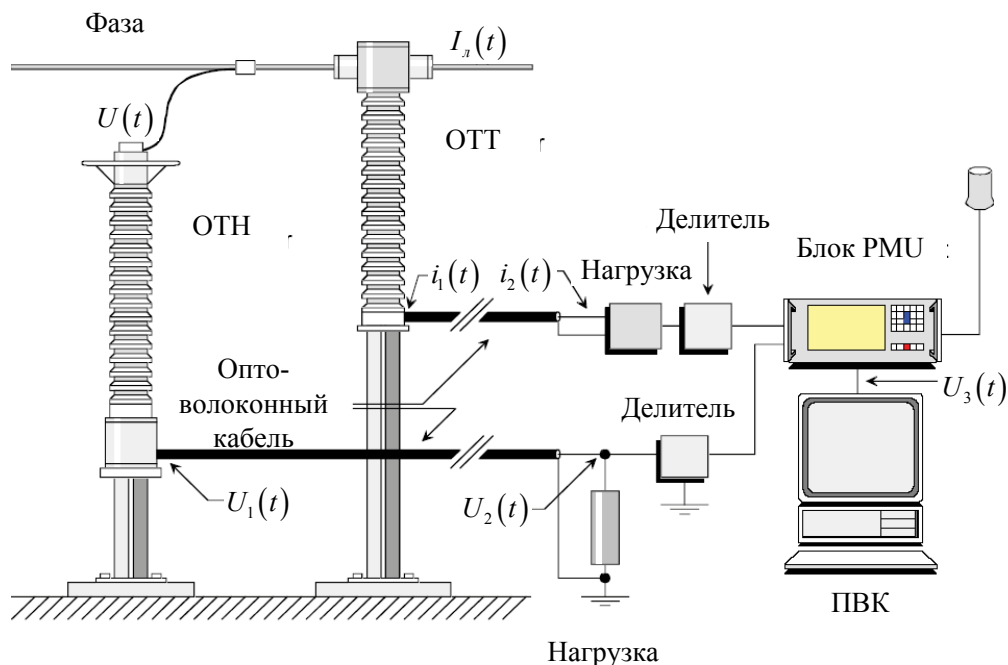


Рис. 20. Измерительный комплекс PMU\*

\* Phasor RTDMS (Real Time Dinamic Monitoring System) [Электронный ресурс]. URL: [http://www.phasor-rtdds.com/phaserconcepts/phasor\\_adv\\_faq.html](http://www.phasor-rtdds.com/phaserconcepts/phasor_adv_faq.html) (дата обращения 17.03.2015).

Устройства PMU, установленные на подстанциях, измеряют модуль (действующее значение), амплитуду основной гармоники и фазу узлового напряжения, модули и амплитуду токов в инцидентных линиях и углы между током и напряжением, активные, реактивные и полные мощности для каждой фазы и для однолинейной схемы замещения.

Принципиально новым способом получения информации в технологической среде WAMS является синхронизированное измерение параметров режима ЭЭС с последующей передачей данных в диспетчерские центры. Эти системы используются для повышения уровня информационного обеспечения и качества управления режимами энергообъединений. Данное обстоятельство привело к созданию и эксплуатации в ЕЭС России системы мониторинга переходных режимов (СМПР) для управления режимами в аварийных и послеаварийных режимах. По сути СМПР — это новая технология регистрации параметров быстротечных переходных режимов для анализа динамических свойств ЭЭС, позволяющая обеспечить мониторинг запасов устойчивости в темпе реального времени.

Особенностью СМПР является, в отличие от существующих систем телеметрии, синхронизация измерений параметров режимов с использованием передаваемых со спутников сигналов точного времени и высокая дискретность регистрации параметров, что и определяет широкий спектр их применения. Это стало возможным с появлением измерительных устройств векторов PMU.

На рис. 21 демонстрируется поступление на спутник Земли дискретной информации о процессе изменения напряжения на двух подстанциях  $i$  и  $j$  с метками точного астрономического времени или синхронизированных меток времени по спутнику. По двум синусоидам по законам тригонометрии легко вычисляется сдвиг по фазе  $\delta_{ij}$ .

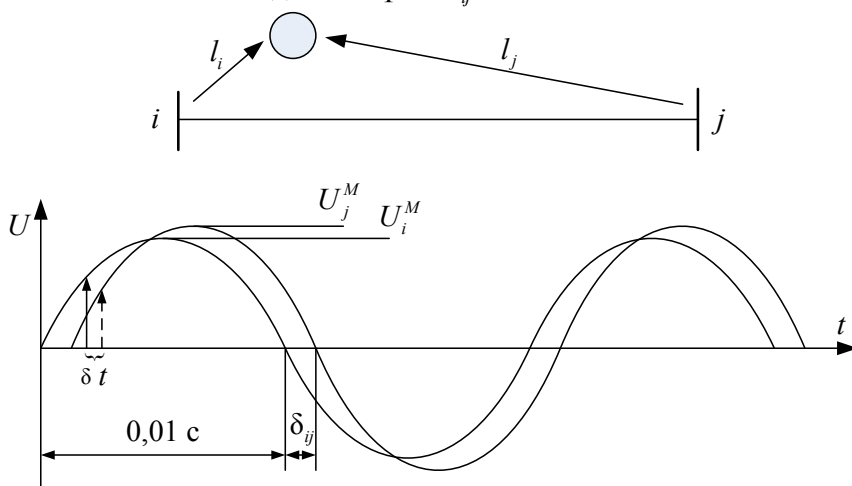


Рис. 21. Векторное управление режимом ЭЭС

Покажем, что незначительная ошибка в синхронизации приводит к существенной погрешности телеметрии. Время одного периода переменного тока при частоте 50 Гц составляет 0,02 с. За это время ротор синхронной машины, а значит, и вектор напряжения сделают один оборот, что соответствует угловому перемещению  $360^\circ$ . Поворот на 1 электрический градус происходит за 0,000 055 с, т.е. приблизительно за 50 мкс. За это время напряжение может измениться в соответствии с законом синуса на 1,5 %. Ясно, что ошибка в синхронизации в 50 мкс совершенно неприемлема. В современных PMU добиваются синхронизации с погрешностью  $(\pm 0,5)$  мкс, что соответствует фиксации элементов синусоиды с погрешностью не более  $(\pm 0,01)^\circ$ .

С точки зрения оперативно-диспетчерского управления применение PMU повышает достоверность телеметрии и приводит к существенному улучшению качества и скорости оценивания состояния (ОС) — одной из важнейших задач информационного обеспечения АСДУ. Высокая стоимость оптоволоконной аппаратуры обусловила применение данных технологий пока лишь в высоковольтных системообразующих сетях.

# РАЗДЕЛ Б. СИНТЕЗ ЦИФРОВЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

---

## Глава 1. Дискретные (цифровые) автоматы и системы

---

Двадцатый век ознаменовался грандиозным прогрессом в области цифровой техники и компьютеризации многообразной деятельности человека. В энергосистемах на смену электромеханическим видам релейной защиты и автоматики приходят цифровые устройства. Синтез этих систем и устройств базируется на математической логике (алгебра логики, булева алгебра), основы которой были заложены в XIX в. в работах Де Моргана «Формальная логика» (1847), Джорджа Буля «Исследование законов мышления» (1854) и Чарльза Бэббиджа, создавшего в 1833 г. первую цифровую вычислительную машину.

Начиная с 50-х гг. XX столетия теория контактных систем переходит в теорию логических комбинационных схем, а затем в теорию дискретных (цифровых) автоматов. Автоматы дискретного действия основаны на реле (контактных и бесконтактных). Под *реле* и *релейным элементом* понимается элемент, обладающий релейной характеристикой, при которой изменение входной величины  $x$  вызывает скачкообразное изменение выходной величины  $y$ , принимающей лишь несколько дискретных значений. В большинстве случаев используются двужначные элементы  $\{y = 0, y = 1\}$ , как это имеет место в двоичной системе счисления. На рис. 1 приведен один из примеров такой характеристики (а) и временная диаграмма (б) изменения  $y(t)$  при некотором поведении  $x(t)$ . Различают два типа контактов реле: нормально разомкнутые (НРК) и нормально замкнутые контакты (НЗК).

Имеется некоторый разброс порогового значения входного параметра  $x$ , при котором происходит срабатывание реле и дискретное изменение выходного параметра  $y$ . Множество состояний входного параметра  $x < x_0$  будем трактовать как состояние  $x = 0$ , соответственно множество состояний  $x \geq x_0$  как  $x = 1$ .

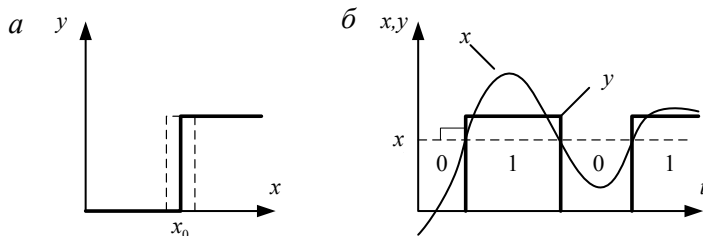


Рис. 1. Пороговая характеристика реле (а) и дискретное изменение выходной величины (б), соответствующее работе реле с НРК

Диаграмма (б) на рис. 1 соответствует работе реле с НРК: сигнал появляется при срабатывании реле, если  $x \geq x_0$ . На рис. 2, а показано типовое обозначение контактов в схемах, диаграмма (б) иллюстрирует работу реле с НЗК.

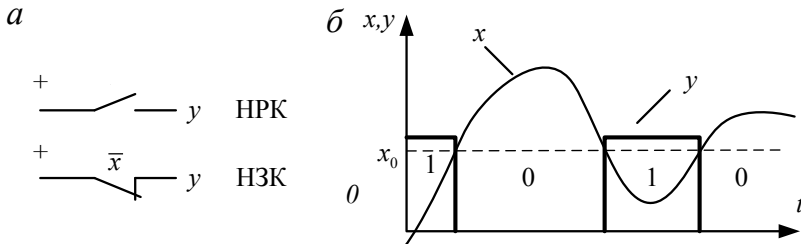


Рис. 2. Обозначение контактов в схемах (а) и дискретное изменение выходной величины (б), соответствующее работе реле с НЗК

Логическое соответствие выхода и входа отображается таблицей соответствия, которая далее будет называться таблицей истинности (ТИ) (см. представленную ниже таблицу для НРК и НЗК).

Таблица истинности для НРК и НЗК

НРК		НЗК	
$x$	$y$	$x$	$y$
0	0	0	1
1	1	1	0

С точки зрения логики НРК можно рассматривать как повторитель, а НЗК — как инвертор. Данные реле можно рассматривать как простейшие дискретные автоматы с одним входом. Если же входов у автомата несколько ( $p$ ), то число состояний дискретного автомата  $N = 2^p$ . Каждому состоянию будет соответствовать выходной параметр: либо  $y = 0$ , либо  $y = 1$ .

Элементарным автоматом будем называть автомат на два входа ( $x_1, x_2, p = 2, N = 4$ ). Примерами элементарных автоматов могут служить два автомата  $y_1$  и  $y_{II}$ , подчиняющиеся следующим таблицам истинности (табл. 1).

Таблица 1

Пример таблиц истинности для автомата на два входа

$x_1$	$x_2$	$y_1$	$x_1$	$x_2$	$y_{II}$
0	0	0	0	0	1
0	1	1	0	1	1
1	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	0

Свойства и структурное выполнение этих и других возможных элементарных автоматов будут рассмотрены далее.

В функциональном отношении дискретные автоматы (ДА) и релейные схемы (РС) независимо от их технического исполнения по характеру действия во времени разделяются на одноктактные и многотактные.



**Однотактные** (комбинационные) автоматы не имеют памяти (автомат без памяти) и задержки во времени. Изменение одного из входных параметров приводит к новому состоянию автомата, которому однозначно соответствует некоторое выходное состояние  $x_i$  (см. два приведенных примера).

**Многотактные** (последовательностные) автоматы имеют память, которая определяет их внутреннее состояние  $s(t)$ . Выход  $y$  зависит не только от комбинации входных параметров  $x_i$ , но и от состояния памяти  $s$ , которая зафиксировала некоторые внутренние параметры  $q_k$ . Если конечному множеству состояний соответствует некоторое конечное множество состояний  $y$ , то такой автомат называют конечным. Если автомат имеет задержки во времени, то его называют динамическим.

Для иллюстрации взаимосвязи между релейными схемами и конечными автоматами рассмотрим схему с нормально замкнутыми и разомкнутыми контактами, изображенную на рис. 3. Реле  $X_1$  имеет два контакта НРК  $x_1$  и НЗК  $\bar{x}_1$ , реле  $X_2$  имеет НРК  $x_2$  и НЗК  $\bar{x}_2$ , реле  $X_3$  имеет один НРК  $x_3$ . Нетрудно видеть, что  $y = 1$  лишь в следующих состояниях:

$$\begin{aligned} \{x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1\}; \\ \{x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1\}; \\ \{x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1\}. \end{aligned}$$

В целом работа такого конечного автомата отражается таблицей состояний (табл. 2).

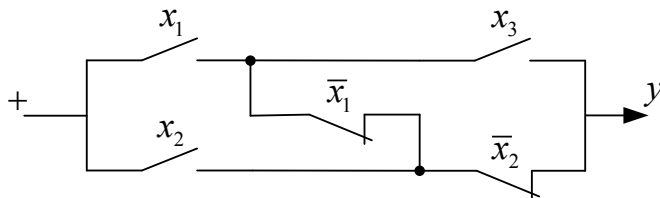


Рис. 3. Автомат с тремя управляемыми контактами  $x_1, x_2, x_3$

Таблица 2

Таблица истинности для автомата с тремя входами

Состояние	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$y$
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
7	1	1	0	0
8	1	1	1	1

Таким образом, можно утверждать, что  $y$  есть некоторая логическая функция аргументов  $x_i$ . Например, если  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 0$ ,  $x_3 = 0$ , то  $y = 0$  и т.д. Алгебра логики предназначена для описания такой функциональной логической связи, а также для преобразования соответствующих формул к виду, в котором их техническая реализация будет по тому или иному критерию оптимальной. Например, можно потребовать минимальное количество контактов. Применяя аппарат алгебры логики, можно вместо схемы, представленной на рис. 3, получить более простую схему (рис. 4) с той же функциональной таблицей состояний.

В теории ДА применяется понятие «высказывание» — основная составляющая алгебры логики. Под *высказыванием* понимается предложение, относительно которого справедливо утверждение об его истинности (обозначается «1») или ложности (обозначается «0»).

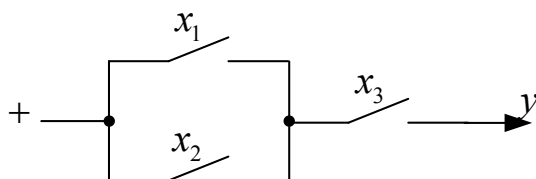


Рис. 4. Оптимальный автомат

В логике любое высказывание либо истинно, либо ложно, т.е. переменная, которая ставится ему в соответствие, принимает одно из двух значений — 0 или 1. Например, высказывание «электрический ток есть упорядоченное движение электрических зарядов в определенном направлении» признано истинным, а высказывание «по линиям электропередачи протекает переменный ток» не может быть признано истинным, поскольку существуют ЛЭП постоянного тока, т.е. это высказывание ложно.

В дискретных автоматах в качестве высказываний обычно рассматриваются фразы такие, как «сигнал (электрический потенциал) есть в точке  $x_i$ », «контакт  $a$  замкнут», «контакт  $b$  разомкнут». Как алгебра абстрагируется от физической природы аргумента (длина пути, скорость, напряжение) и ее интересуют лишь математические соотношения в избранной мере (например, соотношение сторон в прямоугольном треугольнике), так и алгебру логики интересует не смысловая сторона высказывания или сложных высказываний и логических выражений, а лишь их истинность или ложность в рассматриваемых случаях.

Подводя итог сказанному, можно сформулировать понятие математической логики: это есть формальная наука о логических соотношениях в высказываниях и утверждениях, имеющая большое значение в теории и синтезе релейных схем, дискретных автоматов, ПВК, передачи и обработки информации. Обобщенно эта наука является основой разработки

устройств, в которых используются элементы с двумя устойчивыми состояниями, одно из которых обозначено как «1», другое — как «0». Логические переменные оказываются тесно связанными с числами, записанными в двоичной системе счисления, когда каждый разряд числа можно трактовать как логическую переменную (аргумент), а утверждение, что в данном разряде есть 1, может быть истинным или ложным.

## Глава 2. Элементы математической логики

Как и в обычной алгебре, в булевой алгебре вводятся действия над ее переменными. Как в обычной математике все действия в конечном итоге можно свести к четырем действиям арифметики (на этом строятся компьютерные алгоритмы и программы), так и в алгебре логики существует три действия, при помощи которых могут быть выражены любые более сложные логические действия. По сути дела, мы уже во введении познакомились с одним из этих действий, называемым **инверсией**. Ниже будем употреблять для него общепринятое название «отрицание». Обозначения этого и двух других базисных действий — конъюнкции и дизъюнкции — приведены в табл. 3.

В пособии будем использовать первый из предложенных способов обозначения. Так же как и в математике, вместо  $a \cdot b$  будем писать  $ab$ . Каждое действие опишем таблицей истинности и дадим ему геометрическую и релейную интерпретации, а также обозначение соответствующего элемента в структурных логических и электронных схемах. Помимо этого приведем один из вариантов электронной схемы на транзисторной основе, хотя надо помнить, что таких исполнений может быть достаточно много. Ниже будем избегать рассмотрения способов технической реализации, поскольку в теории ДА нас интересуют функции автомата, а не его электронные схемы.

Таблица 3

Описание основных логических операций

Операция	Действие	Обозначение				
НЕ	Инверсия, отрицание	$\bar{a}$	NOT			
ИЛИ	Дизъюнкция, логическое сложение	$a + b$	OR	$\vee$	$\cup$	
И	Конъюнкция, логическое умножение	$a \cdot b$	AND	$\wedge$	$\cap$	$\&$

**Отрицание (НЕ).** Логическая операция, в результате которой из данного высказывания « $a$ » получается высказывание «не  $a$ ». В геометрической интерпретации если  $a$  есть принадлежность точки данной области, то  $\bar{a}$  есть принадлежность всей остальной (заштрихованной) области, или не принад-

лежность заданной области. Электронная схема на *pnp*-транзисторе и другие интерпретации приведены на рис. 5.

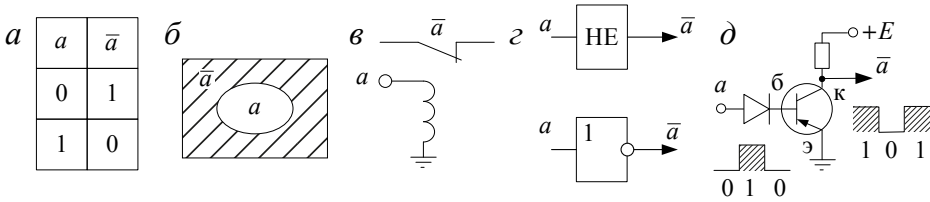


Рис. 5. Интерпретация операции НЕ:

$a$  — таблица истинности;  $б$  — геометрическая интерпретация;  
 $в$  — релейная интерпретация;  $г$  — обозначение операции НЕ на логических  
 схемах;  $д$  — интерпретация с помощью транзистора

**Дизъюнкция (операция ИЛИ).** Дизъюнкция двух высказываний (аргументов) истинна, если истинно хотя бы одно из высказываний —  $a$  или  $b$ .

Заштрихованная область (рис. 6, б) соответствует принадлежности  $a$  или  $b$ . Часто дизъюнкцию  $n$  аргументов называют логической суммой

$$x_1 \text{ ИЛИ } x_2 \text{ ИЛИ } \dots x_n = x_1 + x_2 + \dots + x_n.$$

На выходе логического устройства сигнал ИЛИ появляется при наличии сигнала на одном или нескольких входах. Два параллельных контакта в релейной схеме образуют логическую схему ИЛИ. Замыкание одного из контактов или обоих приведет к появлению сигнала на выходе ( $a + b$ ).

Схема на диодах (рис. 6, д) дает представление об электронной реализации этой операции.

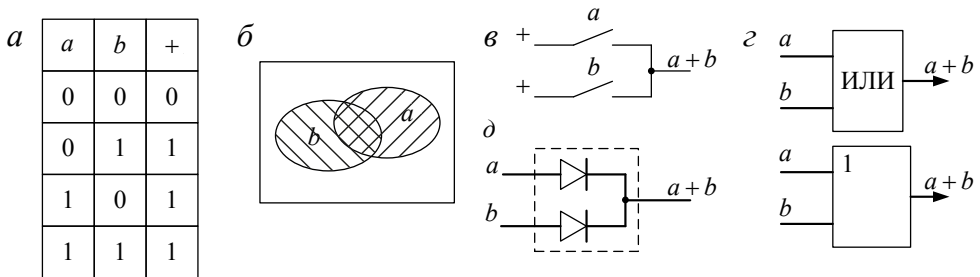


Рис. 6. Интерпретация операции ИЛИ:

$a$  — таблица истинности;  $б$  — геометрическая интерпретация;  $в$  — релейная  
 интерпретация;  $г$  — обозначение элемента ИЛИ на логических  
 схемах;  $д$  — интерпретация в виде схемы с диодами

**Конъюнкция (операция И).** Конъюнкция двух высказываний истинна лишь при истинности обоих высказываний  $a$  и  $b$ .

Заштрихованная область (рис. 7, б) принадлежит одновременно  $a$  и  $b$ . Часто конъюнкцию называют логическим умножением

$$x_1 \text{ И } x_2 \text{ И } \dots \text{ И } x_n = x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n.$$

В таблице истинности видно (рис 7, а), что  $ab$  есть произведение двоичных чисел  $a$  и  $b$ .

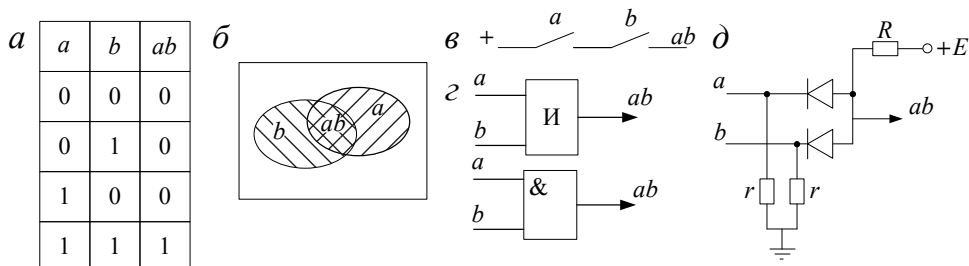


Рис. 7. Интерпретация операции И:

$a$  — таблица истинности;  $b$  — геометрическая интерпретация;  $в$  — релейная интерпретация;  $г$  — обозначение элемента И на логических схемах;  $д$  — интерпретация в виде схемы с диодами

На выходе логического устройства И сигнал появляется при одновременной подаче сигналов на все входы. В теории релейных схем такое устройство соответствует двум последовательным НРК (рис. 7, в). На рис. 7, д приведена схема И на диодах (здесь  $r \ll R$ ). При отсутствии высокого потенциала ( $U_{вх} < E$ ) хотя бы на одном из входов протекает ток от  $+E$  к нулевому потенциалу и напряжение на выходе близко к нулю, т.е.  $ab = 0$ . Только в случае  $U_a > +E$  и  $U_b > +E$  ( $a = 1, b = 1$ ) напряжение  $U_{ab} = +E$ , следовательно,  $ab = 1$ .

Сложные логические высказывания могут быть записаны через логические действия НЕ, ИЛИ, И. Скобки и отрицание функций двух и более аргументов определяют последовательность выполнения операций в сложной логической функции. Например, функция, представленная формулой

$$f(a, b, c) = \overline{a\bar{c}} + b(\bar{c} + a\bar{b}) = \overline{a\bar{c}} + d, \quad (1a)$$

где  $d = b(\bar{c} + a\bar{b})$ , может быть реализована на элементной базе НЕ, ИЛИ,

И в виде схемы, показанной на рис. 8, а.

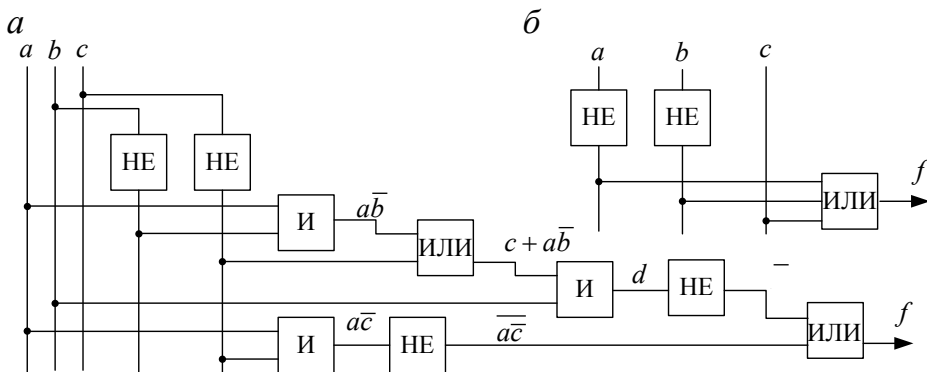


Рис. 8. Структурная схема логической реализации функции (1a) и (1б)

Изучив приемы преобразований функций, можно убедиться, что выражению (1а) и схеме рис. 8, а тождественны схема рис. 8, б и выражение

$$f(a, b, c) = \bar{a} + \bar{b} + c. \quad (16)$$

**Алгебраические свойства логических выражений.** При работе с логическими выражениями следует иметь в виду следующие свойства, иногда называемые аксиомами:

- ассоциативность (сочетание)

$$xyz = (xy)z = x(yz);$$

$$x + y + z = (x + y) + z = x + (y + z);$$

- коммутативность (перестановка)

$$xy = yx;$$

$$x + y = y + x;$$

- дистрибутивность (распределение)

$$(x + y)z = xz + yz;$$

$$xy + z = (x + z)(y + z); \quad (2)$$

- двойное отрицание

$$\bar{\bar{a}} = a. \quad (3)$$

Заметим, что выражение (2) к обычной алгебре неприменимо. Рассмотрим некоторые специфические соотношения. Помня, что конъюнкции (И) соответствуют последовательно включенные НРК, дизъюнкции (ИЛИ) — параллельно включенные НРК, отрицанию (НЕ) — НЗК, а также учитывая, что 1 (истинность) в электрических релейных схемах принято толковать как всегда замкнутый контакт, а 0 (ложность) — как разрыв (всегда разомкнутый контакт), можем получить следующие выражения и их релейную интерпретацию (рис. 9).

В заключение приведем два важных в алгебре логики тождества, получивших название законов Де Моргана:

- 1) отрицание дизъюнкции есть конъюнкция отрицаний

$$\overline{a + b + c} = \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c}; \quad (4)$$

- 2) отрицание конъюнкции есть дизъюнкция отрицаний

$$\overline{a \cdot b \cdot c} = \bar{a} + \bar{b} + \bar{c}. \quad (5)$$

С учетом свойства двойного отрицания (3), т.е. отрицая левую и правую части в выражениях (4) и (5), получаем

$$a + b + c = \overline{\bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c}};$$

$$a \cdot b \cdot c = \overline{\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}}.$$

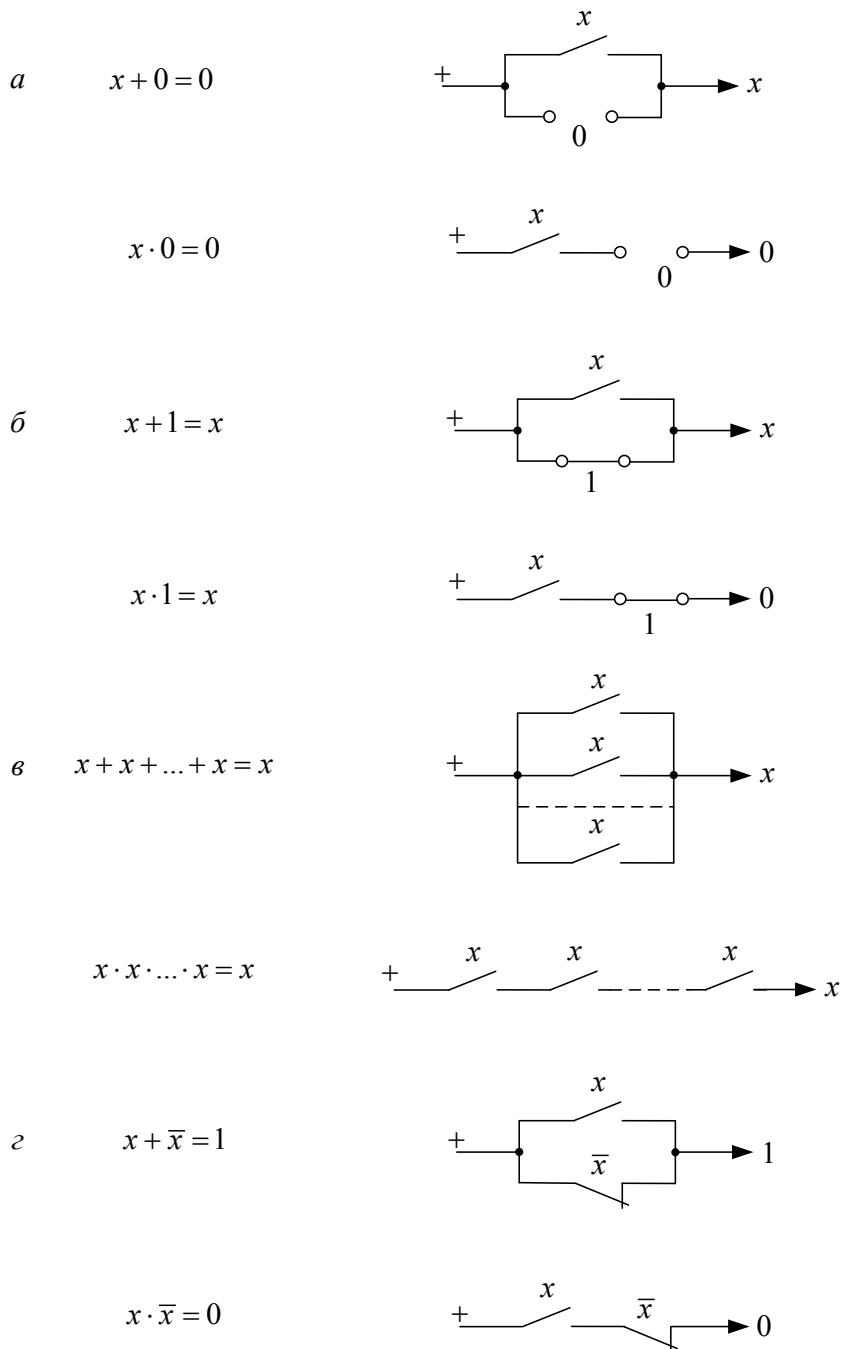


Рис. 9. Релейная интерпретация логических операций:

$a$  — функции с разомкнутой перемычкой;  $b$  — функции с замкнутой перемычкой;  
 $в$  — функции с несколькими одноименными контактами;  $г$  — последовательное и параллельное соединение НРК и НЗК

Последние выражения можно рассматривать как следствия, которые для релейных схем имеют следующее звучание:

- параллельное соединение НРК противоположно последовательному соединению НЗК;
- последовательное соединение НРК противоположно параллельному соединению НЗК.

В булевой алгебре важное место занимает **принцип двойственности**. Введем понятие двойственной функции, которая получается из исходной при взаимной замене символов 0 и 1 и операций дизъюнкции (ИЛИ) и конъюнкции (И). Пусть  $f = a + b\bar{c}$ , тогда двойственная функция  $f' = a(b + \bar{c})$ , иными словами, если в общем виде  $f = (V, 0, 1, /, +, \&)$ , то двойственная ей функция  $f' = (V, 1, 0, /, \&, +)$ . Здесь  $V$  есть совокупность переменных  $\{x_1, \dots, x_n\}$ .

Теперь можно сформулировать принцип двойственности: если имеет место тождество  $f(V) = q(V)$ , то двойственные функции тождественны —  $f'(V) = q'(V)$ . Например, дано тождество  $f = q$

$$\left(\overline{a + b\bar{c}}\right)c = \bar{a}bc.$$

Справедлива тождественность для двойственных функций  $f' = q'$

$$\left(\overline{a \cdot \bar{b} + c}\right) + c = \bar{a} + b + c.$$

Проверим сказанное, используя законы Де Моргана:

$$f = \left(\overline{a + b\bar{c}}\right)c = \left(\bar{a} \cdot \bar{b\bar{c}}\right)c = \bar{a}bc \cdot c = \bar{a}bc = q;$$

$$f' = \left(\overline{a \cdot \bar{b} + c}\right) + c = \bar{a} + b + c + c = \bar{a} + b + c = q'.$$

Сами законы Де Моргана подчиняются принципу двойственности:

$$f = \overline{a + b} = \bar{a} \cdot \bar{b} = q;$$

$$f' = \overline{a \cdot b} = \bar{a} + \bar{b} = q'.$$

Клод Шеннон обобщил законы Де Моргана и принцип двойственности в один **закон инверсии** (отрицания): при отрицании функции  $f$  все знаки сложения заменяются на знак умножения, и наоборот, при одновременной инверсии всех аргументов (для сохранения последовательности действий иногда приходится вводить скобки).

*Пример.* Дана функция  $f = \bar{a}(b + a \cdot \bar{b}\bar{c})$ . Найти ей обратную.

1) Преобразование по закону Де Моргана

$$\bar{f} = \overline{\bar{a}(b + a \cdot \bar{b}\bar{c})} = a + (b + a \cdot \bar{b}\bar{c}) = a + b + a(\bar{b}\bar{c}) = a(1 + \bar{b}\bar{c}) + b = a + b.$$



Примечание:  $1 + \overline{bc} = 1$ .

2) Преобразование по закону Шеннона

$$\overline{f} = a + \overline{b}(\overline{a + \overline{b + c}}) = a + \overline{\varphi},$$

где  $\varphi = \overline{b}(\overline{a + \overline{b + c}})$ .

Следовательно, в соответствии с законом инверсии  $\overline{\varphi} = b + (a \cdot \overline{bc})$ .

Далее получаем

$$\overline{f} = a + b + (a \cdot \overline{bc}) = a + b.$$

### Глава 3. Логические действия над двумя аргументами

Кроме перечисленных выше операций конъюнкции (И) и дизъюнкции (ИЛИ), существуют и другие логические действия  $f_i(x, y)$ . Таблицы истинности для  $f(x, y) = xy$  и  $f(x, y) = x + y$  были приведены выше. Всевозможные таблицы истинности для аргументов  $x$  и  $y$  приведены ниже (табл. 4). Логические действия обозначим  $\omega_i$ .

Таблица 4

Всевозможные варианты автоматов на два входа

$x$	$y$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$	$\omega_5$	$\omega_6$	$\omega_7$	$\omega_8$	$\omega_9$	$\omega_{10}$	$\omega_{11}$	$\omega_{12}$	$\omega_{13}$	$\omega_{14}$	$\omega_{15}$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

Из данной таблицы следует, что всего возможно составить 16 логических действий (от  $\omega_0$  до  $\omega_{15}$ ). Здесь  $p = 2$ ,  $N = 2^p = 4$ ,  $M = 2^N = 16$ . Некоторые логические действия уже нам знакомы. Действительно,  $\omega_1$  есть операция И,  $\omega_7$  есть операция ИЛИ (см. таблицы истинности конъюнкции и дизъюнкции). Кроме того,  $\omega_3$  есть повторение аргумента  $x$ ,  $\omega_5$  — повторение аргумента  $y$ .

Если первые 8 действий (от  $\omega_0$  до  $\omega_7$ ) назвать прямыми, то следующие 8 (от  $\omega_8$  до  $\omega_{15}$ ) являются инверсными им. Если  $\omega_3 = x$ ,  $\omega_5 = y$ , то  $\omega_{12} = \overline{x}$ ,  $\omega_{10} = \overline{y}$ . Если  $\omega_1 = xy$ ,  $\omega_7 = x + y$ , то  $\omega_{14} = \overline{xy}$ ,  $\omega_8 = \overline{x + y}$ .

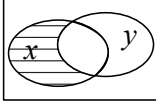
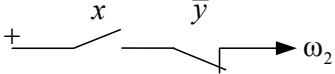
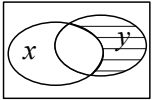
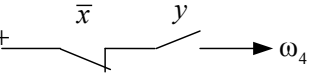
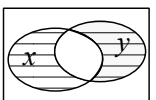
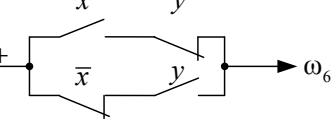
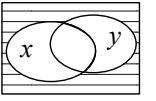
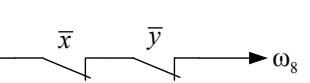
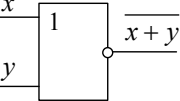
Обратим внимание на крайние действия:  $\omega_0 = 0$ ,  $\omega_{15} = 1$ . Эти действия в логике не имеют смысла, поскольку результат на выходе всегда 0 или 1 и не зависит от состояния входов  $x$  и  $y$ . То же самое можно сказать об операциях  $\omega_3$  и  $\omega_5$ , так как они повторяют  $x$  и  $y$  и не являются функциями двух

переменных. Операции  $\omega_{12}$  и  $\omega_{10}$  являются инверсиями одной переменной и к логическим действиям над двумя переменными не относятся.

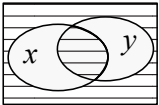
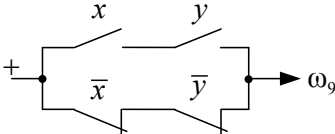
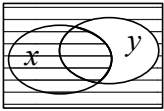
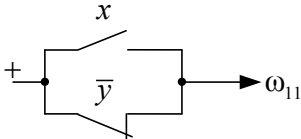
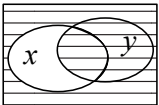
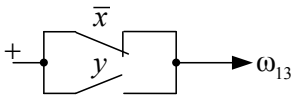
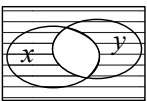
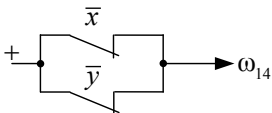
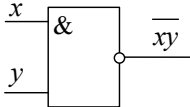
Описание остальных действий, а также геометрическая и релейная интерпретация для некоторых из них приведена в табл. 5.

Таблица 5

Описание логических операций с двумя переменными

Операция	Функция
$\omega_1 = xy$	Конъюнкция (последовательные НРК)
$\omega_2 = x\bar{y}$	<p>Функция запрета <math>y</math>: сигнал на выходе появляется лишь при <math>x = 1</math> и отсутствии сигнала <math>y</math></p>  
$\omega_4 = \bar{x}y$	<p>Функция запрета <math>x</math>:</p>  
$\omega_6 = \omega_2 + \omega_4 = x\bar{y} + \bar{x}y$	<p>Неравнозначность: сигнал на выходе появляется, если <math>x \neq y</math>. Нетрудно видеть, что <math>\omega_6</math> есть сумма двоичных чисел <math>x</math> и <math>y</math> без переноса в старший разряд, поэтому часто используется обозначение <math>\omega_6 = x \oplus y = s</math></p>
$\omega_6 = \omega_2 + \omega_4 = x\bar{y} + \bar{x}y$	<p>Поскольку для равнозначности (см. <math>\omega_9</math>) вводится обозначение <math>x \sim y</math>, то для неравнозначности часто используют запись <math>x \approx y</math>. Таким образом, справедливо выражение <math>\omega_6 = \omega_2 + \omega_4 = x \oplus y = x \approx y = x\bar{y} + \bar{x}y = s</math>. Кроме того, <math>0 \oplus x = x</math>; <math>1 \oplus x = \bar{x}</math>. Иногда операцию <math>\omega_6</math> называют «исключающее ИЛИ»</p>  
$\omega_7 = x + y$	Дизъюнкция (параллельные НРК)
$\omega_8 = \bar{\omega}_7 = \overline{x + y}$	<p>Отрицание дизъюнкции, отрицание ИЛИ, NOR, ИЛИ–НЕ. По закону Де Моргана <math>\omega_8 = \bar{x} \cdot \bar{y}</math> (последовательные НЗК)</p>   

Окончание табл. 5

Операция	Функция
$\omega_9 = x \sim y$	<p>Равнозначность: сигнал на выходе появляется при условии, что <math>x = y</math>; <math>\omega_9 = xy + \bar{x}\bar{y}</math></p>  
$\omega_{11} = y \rightarrow x$	<p>Импликация, y имплицирует x: <math>\omega_{11} = \bar{\omega}_4 = \overline{\bar{x} \cdot y} = x + \bar{y}</math></p>  
$\omega_{13} = x \rightarrow y$	<p>Импликация, x имплицирует y: <math>\omega_{13} = \bar{\omega}_2 = \overline{x \cdot \bar{y}} = \bar{x} + y</math></p>  
$\omega_{14} = \bar{\omega}_1 = \overline{xy}$	<p>Отрицание конъюнкции: отрицание И, NAND, И–НЕ. По закону Де Моргана <math>\omega_{14} = \bar{x} + \bar{y}</math> (параллельные НЗК)</p>   

## Глава 4. Логические функции

Рассматривая возможные логические действия, мы обратили внимание на то, что они могут быть записаны через три базисных действия НЕ, ИЛИ, И. До сих пор мы рассматривали функции с двумя аргументами, далее мы убедимся, что это относится к функциям с любым количеством аргументов.

Сложное логическое выражение, записанное в виде логической функции, например

$$f = \overline{ac} + \overline{(a \rightarrow c)(a \oplus b)} + (a \sim b), \quad (6)$$

может быть представлено в базисе «НЕ–ИЛИ–И». Для нашего примера получается

$$f = \overline{ac} + (\overline{a+c})(\overline{ab+\bar{a}b}) + \bar{a}\bar{b} + ab. \quad (7)$$

Соответствующая структурная схема автомата, реализующего функцию  $f$  в базисе «НЕ–ИЛИ–И», имеет вид, показанный на рис. 10.

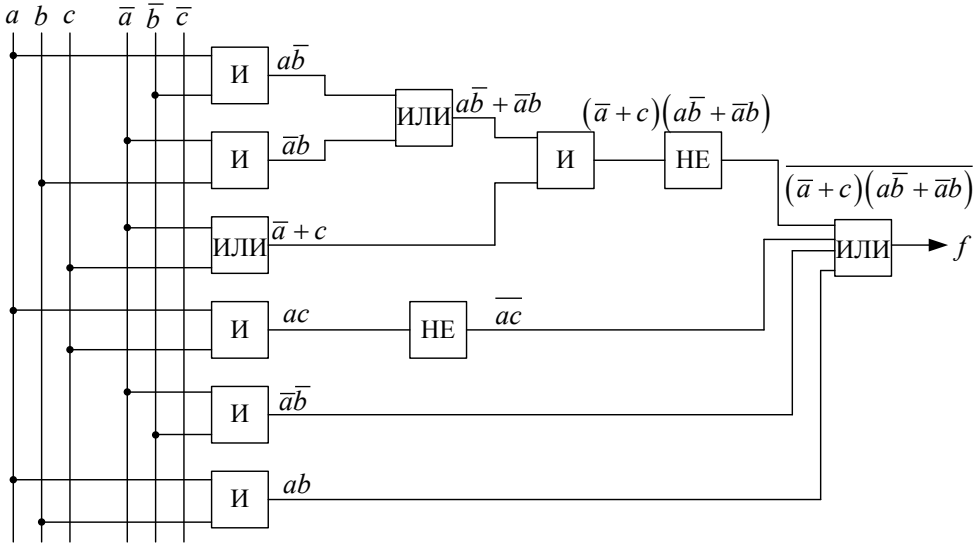


Рис. 10. Реализация функции (6) в базисе «И–ИЛИ–НЕ»

Здесь имеется в виду, что любая входная переменная сразу же преобразуется в свое инверсное отображение, поэтому даны  $a, b, c$  и  $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ . Всего в данном автомате использовано 10 базисных элементов.

Аксиомы и законы Де Моргана позволяют осуществить преобразование логического выражения, направленное на упрощение структурной схемы. Если при этом достигается минимальное число базисных элементов, то говорят об оптимальной, или минимизированной логике.

Проведем преобразования для функции (7):

$$\begin{aligned} f &= \overline{ac} + (\overline{a+c}) + (\overline{ab+\bar{a}b}) + \bar{a}\bar{b} + ab = \\ &= \bar{a} + \bar{c} + ac + (\bar{a} + b)(a + \bar{b}) + \bar{a}\bar{b} + ab = \\ &= \bar{a} + \bar{c}(1+a) + ab + \bar{a}\bar{b} = \bar{a}(1+\bar{b}) + \bar{c} + ab = \bar{a} + \bar{c} + ab. \end{aligned} \quad (8)$$

Полученное выражение заметно проще, и соответствующая ему структурная схема (рис. 11) включает в себя лишь два элемента. Таким образом,

тождественные преобразования меняют логическое выражение, но не саму логическую функцию.

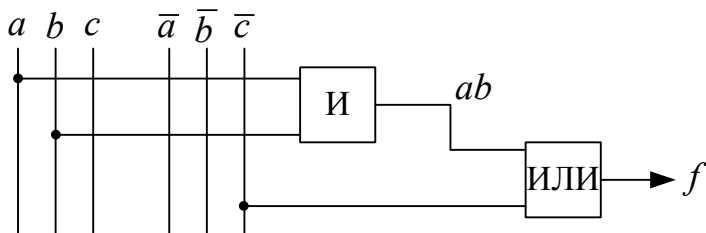


Рис. 11. Минимизированная реализация функции (6) в базисе «И–ИЛИ–НЕ»

Тождественность выражения (6) и полученного выражения (8) может быть проверена при помощи таблицы истинности (табл. 6) для трех аргументов. В ней использованы обозначения:

$$\alpha = (a \rightarrow c) (a \oplus b); \beta = \overline{ac} + \overline{\alpha} + (a \sim b); \gamma = \overline{a} + \overline{c} + ab.$$

Таблица 6

Сравнение таблиц истинности для выражений (6) и (8)

$a$	$b$	$c$	$\overline{ac}$	$a \rightarrow c$	$a \oplus b$	$\alpha$	$\overline{\alpha}$	$a \sim b$	$f = \beta$	$\overline{a}$	$\overline{c}$	$ab$	$f = \gamma$
0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1
0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1
0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1
1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1

Как видно из приведенной таблицы истинности, колонки  $f = \beta$  (получена по выражению (6)) и  $f = \gamma$  (получена по выражению (8)) тождественны друг другу. В данной функции сигнал на выходе  $f$  появляется во всех случаях, кроме одного, когда  $a = 1, b = 1, c = 1$ .

Среди всех логических действий особое место занимают два:  $\omega_8 = \overline{x + y}$  (ИЛИ–НЕ) и  $\omega_{14} = \overline{x \cdot y}$  (И–НЕ), получивших в логике названия **операция Пирса** и **штрих Шеффера**. Уникальность этих действий заключается в том, что они являются универсальными и на их базе может быть описана вся логика, т. е., используя лишь элементы ИЛИ–НЕ, можно записать любую логическую функцию точно так же, как при помощи только элементов И–НЕ.

В логике существует понятие функционально полной системы — ФПС. Система (набор элементарных логических действий) является

*функционально полной*, если на ее базисе можно описать любую логическую функцию. Согласно этому определению ранее введенный базис «И–ИЛИ–НЕ» является функционально полным. Существует множество ФПС на основе комбинаций действий запрета, импликации, И, НЕ, ИЛИ, равнозначности, неравнозначности и констант 0 и 1.

Покажем, что базис на основе одного действия «ИЛИ–НЕ» есть ФПС. Поскольку все логические действия могут быть представлены в базисе «И–ИЛИ–НЕ», то достаточно показать, что каждое из этих трех действий может быть выражено через операцию ИЛИ–НЕ, тем самым будет доказана функциональная полнота этого универсального действия. Введем обозначение для действия «**стрелка Пирса**» (отрицание дизъюнкции (см.  $\omega_8$ )):  $\overline{x+y} = x \downarrow y$ , действительно:

$$1) \text{ отрицание } \bar{x} = \bar{x} \cdot \bar{x} = \overline{x+x} = x \downarrow x;$$

$$2) \text{ конъюнкция } xy = \overline{\overline{xy}} = \overline{\overline{x+y}} = \overline{(\bar{x} + \bar{x}) + (\bar{y} + \bar{y})} = \overline{u+v}, \text{ где } u = x \downarrow x, v = y \downarrow y, \text{ следовательно, } xy = u \downarrow v = (x \downarrow x) \downarrow (y \downarrow y);$$

$$3) \text{ дизъюнкция } x+y = \overline{\overline{x+y}} = \overline{x \downarrow y}. \text{ Введя обозначение } x \downarrow y = w, \text{ получаем } x+y = \overline{w} = w \downarrow w = w \downarrow (x \downarrow y).$$

Соответствующие структурные схемы на элементной базе «ИЛИ–НЕ» показаны на рис. 12.

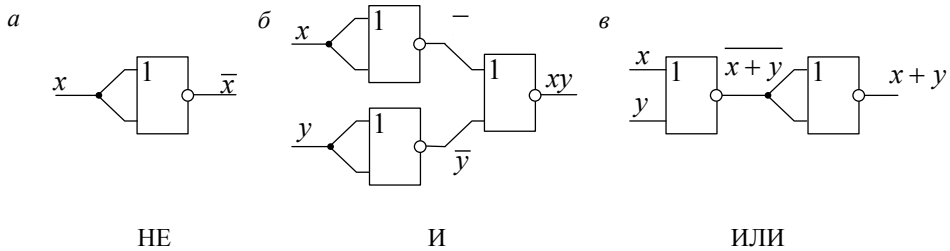


Рис. 12. Реализация в базисе «ИЛИ–НЕ» операций:  
а — НЕ; б — И; в — ИЛИ

Совершенно аналогично обосновывается ФПС в базисе «И–НЕ». Введем обозначение для операции «**штрих Шеффера**» (отрицание конъюнкции (см.  $\omega_{14}$ )):  $\overline{x \cdot y} = x | y$ , действительно:

$$1) \text{ отрицание } \bar{x} = \overline{x \cdot x} = x | x;$$

$$2) \text{ конъюнкция } xy = \overline{\overline{xy}} = \overline{z}, \text{ где } z = x | y. \text{ Следовательно, } xy = z | z = (x | y) | (x | y);$$

$$3) \text{ дизъюнкция } x+y = \overline{\overline{x+y}} = \overline{\bar{x} \cdot \bar{y}} = \overline{(x | x) \cdot (y | y)} = (x | x) | (y | y).$$

Соответствующие структурные схемы на элементной базе «И–НЕ» показаны на рис. 13

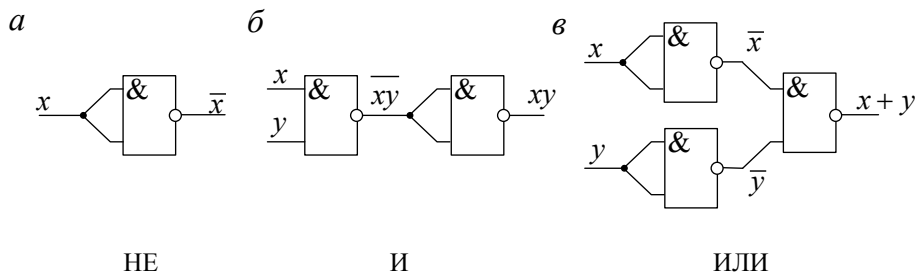


Рис. 13. Реализация в базисе «И–НЕ» операций:  
а – НЕ; б – И; в – ИЛИ

Универсальность рассмотренных логических действий ИЛИ–НЕ и И–НЕ обеспечивает высокую технологичность сборки и монтажа структурных схем дискретных автоматов.

## Глава 5. Свойства минтермов и макстермов

Дадим некоторые определения. Будем рассматривать такие функции, в которых операция отрицания осуществляется только над отдельными входными переменными и не встречается отрицание логических действий над совокупностью переменных. Примеры функций, удовлетворяющих принятому условию:

$$\begin{aligned} f &= \bar{a} + \bar{b}\bar{c} + (ab\bar{c} \oplus b\bar{c}) + ab; \\ q &= \bar{a} + \bar{b}cd (ab + \bar{c}\bar{d}). \end{aligned} \quad (9)$$

Еще ограничим круг рассматриваемых функций: оставим только те, в которых кроме операции отрицания отдельных переменных встречаются лишь конъюнкция (И) и дизъюнкция (ИЛИ). Этому условию удовлетворяет функция (9). Пусть исследуемая функция содержит  $n$  переменных. Для функции (9)  $n = 4$ , так как  $x_1 = a$ ,  $x_2 = b$ ,  $x_3 = c$ ,  $x_4 = d$ .

Введем понятия:

- конъюнктивный член — конъюнкция входных переменных (в прямом или инверсном виде), например:  $ab$ ,  $a\bar{c}\bar{d}$ ,  $ab\bar{c}\bar{d}$  и т. д. Конъюнктивный член, содержащий все переменные, называется *минтермом*  $n$ -го порядка. Для четырех переменных примерами минтермов являются  $abcd$ ,  $ab\bar{c}\bar{d}$ ,  $a\bar{b}cd$  и т. д. Обозначение минтерма —  $m_i$ ;

- дизъюнктивный член — дизъюнкция входных переменных (в прямом или инверсном виде), например, для  $n = 4$  это  $(a + b)$ ,  $(\bar{b} + \bar{c} + \bar{d})$ ,  $(\bar{a} + b + c + \bar{d})$  и т. д. Дизъюнктивный член, содержащий все переменные, называется *макстермом*  $n$ -го порядка. Для четырех переменных

примерами могут служить члены вида  $(a + b + c + d)$ ;  $(\bar{a} + \bar{b} + c + d)$  и т. д. Обозначение макстерма —  $M_j$ .

Конъюнктивные и дизъюнктивные члены, не содержащие всех переменных, называются *импликантами*:  $ab$ ,  $a\bar{c}d$ ,  $b$ ,  $(a + d)$ ,  $(a + \bar{c} + d)$  и т. д. Так, выражение  $f = x + \bar{y}$  можно рассматривать как сумму двух импликант. В выражение  $f = xy + \bar{x}y + \bar{x}\bar{y}$  входит сумма трех минтермов двух переменных.

Если функция представлена как булева сумма конъюнктивных членов (импликант и минтермов), то считается, что эта функция записана в дизъюнктивной нормальной форме (ДНФ). Например, для трех переменных  $x, y, z$

$$f = xy + x\bar{y}z + yz + \bar{x}y\bar{z} + \bar{x}.$$

Если функция представлена как булево произведение дизъюнктивных членов (импликант и макстермов), то считается, что эта функция записана в конъюнктивной нормальной форме (КНФ). Например,  $f = x(x + \bar{y} + z)(\bar{y} + \bar{z})$ .

Нетрудно видеть, что для  $n$  переменных может быть  $2^n$  различных минтермов и макстермов. Если нумерацию проводить с нуля, то старший номер в совокупности минтермов и макстермов есть  $s = 2^n - 1$ , т. е.  $i = 0, 1, \dots, s$ ;  $j = 0, 1, \dots, s$ .

Используя теорему Де Моргана, можно записать:

- отрицание минтерма есть макстерм

$$\overline{x\bar{y}z} = \bar{x} + y + \bar{z};$$

- отрицание макстерма есть минтерм

$$\overline{\bar{x} + y + z} = x\bar{y}\bar{z}.$$

Минтерм  $m_i$  и макстерм  $M_j$  называются одноименными, если  $M_j = \bar{m}_i$  и  $m_i = \bar{M}_j$ , при этом  $i + j = s$ ;  $i = s - j$ ;  $j = s - i$ .

В табл. 7 приведены все минтермы и макстермы для трех переменных. Здесь  $N$  — номер минтерма в десятичной записи;  $N'$  — то же в двоичной записи;  $L$  — номер одноименного макстерма в десятичной записи;  $L'$  — то же в двоичной записи;  $s = 2^3 - 1 = 7$ .

Два минтерма (макстерма) называются *соседними*, если они отличаются друг от друга одним членом. Например, этому условию удовлетворяют  $m_4 = x\bar{y}\bar{z}$  и  $m_6 = xy\bar{z}$ ,  $M_5 = x + \bar{y} + z$  и  $M_4 = x + \bar{y} + \bar{z}$ . Это означает, что двоичные числа  $N'$  и  $L'$  для соседних минтермов и макстермов отличаются в одном разряде. Действительно,  $N'_4 = 100$  и  $N'_6 = 110$ ;  $L'_4 = 100$  и  $L'_5 = 101$ .

Таблица 7

Таблица минтермов и макстермов для функции трех переменных

$N$	$N'$	$m_i$	$M_j$	$L'$	$L$
0	000	$m_0 = \bar{x}\bar{y}\bar{z}$	$M_7 = x + y + z$	111	7
1	001	$m_1 = \bar{x}\bar{y}z$	$M_6 = x + y + \bar{z}$	110	6



Окончание табл. 7

$N$	$N'$	$m_i$	$M_j$	$L'$	$L$
2	010	$m_2 = \bar{x}y\bar{z}$	$M_5 = x + \bar{y} + z$	101	5
3	011	$m_3 = \bar{x}yz$	$M_4 = x + \bar{y} + \bar{z}$	100	4
4	100	$m_4 = x\bar{y}\bar{z}$	$M_3 = \bar{x} + y + z$	011	3
5	101	$m_5 = x\bar{y}z$	$M_2 = \bar{x} + y + \bar{z}$	010	2
6	110	$m_6 = xy\bar{z}$	$M_1 = \bar{x} + \bar{y} + z$	001	1
7	111	$m_7 = xyz$	$M_0 = \bar{x} + \bar{y} + \bar{z}$	000	0

Двоичные числа, отличающиеся в одном разряде, имеют так называемое кодовое расстояние  $\delta$ , равное 1. Если  $\delta > 1$ , то числа не являются соседними. Это относится, например, к  $m_0$  и  $m_6$ , к  $m_4$  и  $m_7$  и др.

Следует отметить, что соседние по нумерации минтермы (макстермы) не всегда являются соседними по определению, например,  $m_5$  и  $m_6$ .

Из определения одноименных минтермов  $m_i$  и макстермов  $M_j$  следует **свойство**: если два минтерма  $m_k$  и  $m_p$  являются соседними, то и одноименные им макстермы  $M_{s-k}$  и  $M_{s-p}$  являются соседними, и наоборот.

Рассмотрим некоторые свойства минтермов, для обоснования которых нам понадобятся четыре аксиомы (формулы 10а,б и 11а,б):

- всегда истинные высказывания

$$x + \bar{x} = 1; \quad (10a)$$

$$x + 1 = 1; \quad (10б)$$

- всегда ложные высказывания

$$x \cdot \bar{x} = 0; \quad (11a)$$

$$x \cdot 0 = 0. \quad (11б)$$

**Свойство 1.** Логическое произведение двух разных минтермов всегда равно нулю

$$m_i m_j = 0; i \neq j.$$

Поскольку  $m_i \neq m_j$ , то найдется хотя бы одна переменная, входящая в  $m_i$  и в  $m_j$  в противоположных состояниях (прямом и инверсном виде), поэтому согласно аксиоме (11а) их произведение даст 0. Например,  $m_2 = \bar{x}y\bar{z}$ ,  $m_6 = xy\bar{z}$ , их произведение  $m_2 m_6 = \bar{x}y\bar{z} \cdot xy\bar{z} = x\bar{x}(y\bar{z} \cdot y\bar{z}) = 0$ .

**Свойство 2.** Логическая сумма двух разных макстермов всегда равна единице:

$$M_i + M_j = 1; i \neq j,$$

так как найдется хотя бы одна переменная, входящая в  $M_i$  и  $M_j$  в прямом и инверсном виде, дающая согласно аксиоме (10а) в сумме 1. Например, сумма двух макстермов  $M_1 = \bar{x} + \bar{z} + z$  и  $M_3 = \bar{x} + y + z$ :

$$M_1 + M_3 = (\bar{y} + y) + \bar{x} + z + \bar{x} + z = 1 + \bar{x} + z = 1$$

**Свойство 3.** Булева сумма всех минтермов  $n$ -го порядка равна 1

$$C = m_0 + m_1 + \dots + m_s = 1, s = 2^n - 1.$$

Из выражения для  $C$  легко исключить последнюю переменную, сгруппировав минтермы парами. Для  $n = 3$  это будет выглядеть следующим образом:

$$C = (m_0 + m_1) + (m_2 + m_3) + (m_4 + m_5) + (m_6 + m_7) = \\ = \bar{x}\bar{y}(z + \bar{z}) + \bar{x}y(z + \bar{z}) + x\bar{y}(z + \bar{z}) + xy(z + \bar{z}) = \bar{x}\bar{y} + \bar{x}y + x\bar{y} + xy, \\ \text{поскольку } (z + \bar{z}) = 1.$$

Далее аналогично поступаем с переменными  $y$  и  $x$ :

$$C = \bar{x}(y + \bar{y}) + x(y + \bar{y}) = \bar{x} + x = 1.$$

**Свойство 4.** Булево произведение всех макстермов  $n$ -го порядка 0:

$$\Pi = M_0 \cdot M_1 \cdot \dots \cdot M_s = 0, s = 2^n - 1.$$

Группируя парами макстермы, можно исключить последнюю переменную. Например, пара  $M_0 M_1$  (при  $n = 3$ ) даст

$$(x + y + z)(x + y + \bar{z}) = (x + y)(x + y) + (x + y)\bar{z} + z(x + y) + z\bar{z} = \\ = (x + y) + (x + y)(z + \bar{z}) = x + y.$$

После исключения переменной  $z$  во всех парах получим возможность последовательного преобразования:

$$\Pi = (x + y)(x + \bar{y})(\bar{x} + y)(\bar{x} + \bar{y}) = x\bar{x} = 0.$$

После рассмотрения свойств минтермов и макстермов дадим два важных определения:

- если функция записана как булева сумма минтермов (количество членов в сумме меньше  $s$ ), то говорят, что она представлена в совершенной дизъюнктивной нормальной форме (СДНФ). Примером СДНФ может служить функция

$$f = a\bar{b}\bar{c} + \bar{a}b\bar{c} + abc;$$

- если функция записана как булево произведение макстермов, то говорят, что она представлена в совершенной конъюнктивной нормальной форме (СКНФ). Например:

$$f = (a + \bar{b} + c)(\bar{a} + b + \bar{c})(a + b + c).$$

В настоящем пособии используется запись только в виде СДНФ.

## Глава 6. Важнейшие теоремы и следствия

**Теорема о разложении.** Пусть дана функция  $n$  переменных

$$f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n). \quad (12)$$

Для  $i$ -й переменной можно произвести разложение и записать

$$f(x) = x_i \cdot f(x_1, x_2, \dots, 1, \dots, x_n) + \bar{x}_i \cdot f(x_1, x_2, \dots, 0, \dots, x_n). \quad (13)$$

Запись в скобках означает, что в выражении для функции  $f$  вместо переменной подставляются константы соответственно 1 и 0.

Доказательство. Поскольку в любой конкретной ситуации дискретная переменная принимает одно из двух значений — 1 или 0, то из двух членов в формуле (13) останется один член, тождественно равный исходной функции (12).

Пусть  $x_i = 1$ , тогда

$$1 \cdot f(x_1, x_2, \dots, 1, \dots, x_n) + 0 \cdot f(x_1, x_2, \dots, 0, \dots, x_n) = f(x),$$

так как в первом члене вместо  $x_i$  подставлен 1.

Пусть  $x_i = 0$ , тогда

$$0 \cdot f(x_1, x_2, \dots, 1, \dots, x_n) + 1 \cdot f(x_1, x_2, \dots, 0, \dots, x_n) = f(x),$$

так как во втором члене вместо  $x_i$  подставлена константа 0.

*Пример 1.* Дана функция  $f = \overline{ab} + \overline{ac} + \overline{bc}$ .

Выполним разложение по  $a$ :

$$f = a(1 \cdot \overline{b} + \overline{1} \cdot c + \overline{bc}) + \overline{a}(0 \cdot \overline{b} + \overline{0} \cdot c + \overline{bc}) = a(\overline{b} + \overline{bc}) + \overline{a}(c + \overline{bc}).$$

Дальнейшие преобразования с использованием закона Де Моргана приводят к результату

$$f = a(b \cdot bc) + \overline{a}(\overline{c} \cdot bc) = abc.$$

Выполним разложение по  $b$ :

$$\begin{aligned} f &= b(a \cdot \overline{1} + \overline{a} \cdot c + \overline{1} \cdot c) + \overline{b}(a \cdot \overline{0} + \overline{a} \cdot c + \overline{0} \cdot c) = \\ &= b(\overline{ac} + \overline{c}) + \overline{b}(\overline{1}) = b(\overline{ac} + \overline{c}). \end{aligned}$$

Дальнейшие преобразования приводят к тождественному результату:

$$f = b(\overline{ac} \cdot c) = b(a + \overline{c}) \cdot c = abc.$$

**Следствие 1.** Для каждого члена в выражении (12) можно повторить разложение по другой переменной  $j$ :

$$\begin{aligned} f(x) &= x_i x_j \cdot f(x_1, \dots, 1, \dots, 1, \dots, x_n) + x_i \overline{x}_j \cdot f(x_1, \dots, 1, \dots, 0, \dots, x_n) + \\ &+ \overline{x}_i x_j \cdot f(x_1, \dots, 0, \dots, 1, \dots, x_n) + \overline{x}_i \overline{x}_j \cdot f(x_1, \dots, 0, \dots, 0, \dots, x_n). \end{aligned}$$

После повторения процедуры разложения по всем  $n$  переменным будет получена булева сумма  $2^n$  минтермов, умноженных на константы 1 или 0, что соответствует записи функции в СДНФ.

*Пример 2.* Дана функция

$$f = \overline{a \oplus b + \overline{c}}. \quad (14)$$

Выполним последовательное разложение данной функции с помощью теоремы о разложении для переменных  $a, b, c$ .

$$\begin{aligned} f &= a(1 \oplus b + \overline{c}) + \overline{a}(0 \oplus b + \overline{c}) = \\ &= ab(1 \oplus 1 + \overline{c}) + a\overline{b}(1 \oplus 0 + \overline{c}) + \overline{a}b(0 \oplus 1 + \overline{c}) + \overline{a}\overline{b}(0 \oplus 0 + \overline{c}) = \\ &= abc(1 \oplus 1 + \overline{1}) + ab\overline{c}(1 \oplus 1 + \overline{0}) + a\overline{b}c(1 \oplus 0 + \overline{1}) + a\overline{b}\overline{c}(1 \oplus 0 + \overline{0}) + \\ &+ \overline{a}bc(0 \oplus 1 + \overline{1}) + \overline{a}b\overline{c}(0 \oplus 1 + \overline{0}) + \overline{a}\overline{b}c(0 \oplus 0 + \overline{1}) + \overline{a}\overline{b}\overline{c}(0 \oplus 0 + \overline{0}). \end{aligned}$$

Напомним, что операция неравнозначности  $\oplus$  соответствует сложению двоичных чисел, поэтому  $1 \oplus 1 = 0$ ;  $1 \oplus 0 = 1$ ;  $0 \oplus 1 = 1$ ;  $0 \oplus 0 = 0$ .

Следовательно,

$$f = abc \cdot 1 + ab\overline{c} \cdot 0 + a\overline{b}c \cdot 0 + a\overline{b}\overline{c} \cdot 0 + \overline{a}bc \cdot 0 + \overline{a}b\overline{c} \cdot 0 + \overline{a}\overline{b}c \cdot 1 + \overline{a}\overline{b}\overline{c} \cdot 0.$$

Окончательно в СДНФ имеем  $f = abc + \bar{a}\bar{b}c$ .

*Пример 3.* Дана функция

$$f = x_1 + \bar{x}_2. \quad (15)$$

Требуется записать ее в СДНФ.

По правилу разложения последовательно получаем

$$f = x_1(1 + \bar{x}_2) + \bar{x}_1(0 + \bar{x}_2);$$

$$f = x_1x_2(1 + 0) + x_1\bar{x}_2(1 + 1) + \bar{x}_1x_2(0 + 0) + \bar{x}_1\bar{x}_2(0 + 1) = x_1x_2 + x_1\bar{x}_2 + \bar{x}_1\bar{x}_2.$$

**Следствие 2.** Поскольку результатом разложения является логическая сумма (дизъюнкция) минтермов, то, решая обратную задачу, на основании таблицы истинности исходной функции можно сделать запись этой функции в СДНФ перечислением тех минтермов, для которых функция принимает значение 1.

Покажем это на примерах (14) и (15). Для функции (14) получим таблицу истинности 8, для функции (15) — табл. 9.

Нетрудно видеть, что  $f = m_1 + m_7 = \bar{a}\bar{b}c + abc$ .

Следовательно,  $f = m_0 + m_2 + m_3 = \bar{x}_1\bar{x}_2 + x_1\bar{x}_2 + x_1x_2$ .

Сказанное означает, что достаточно иметь таблицу истинности, чтобы сделать аналитическую запись логической функции соответствующего дискретного автомата.

Таблица 8

Таблица истинности для функции (14)

$N$	$a$	$b$	$c$	$\alpha = a \oplus b$	$\bar{c}$	$\alpha + \bar{c}$	$f = \overline{\alpha + \bar{c}}$	$m_i$
0	0	0	0	0	1	1	0	$\bar{a}\bar{b}\bar{c}$
1	0	0	1	0	0	0	1	$\bar{a}\bar{b}c$
2	0	1	0	1	1	1	0	$\bar{a}b\bar{c}$
3	0	1	1	1	0	1	0	$\bar{a}bc$
4	1	0	0	1	1	1	0	$a\bar{b}\bar{c}$
5	1	0	1	1	0	1	0	$a\bar{b}c$
6	1	1	0	0	1	1	0	$ab\bar{c}$
7	1	1	1	0	0	0	1	$abc$

Таблица 9

Таблица истинности для функции (15)

$N$	$x_1$	$x_2$	$\bar{x}_2$	$f = x_1 + \bar{x}_2$	$m_i$
0	0	0	1	1	$\bar{x}_1\bar{x}_2$
1	0	1	0	0	$\bar{x}_1x_2$
2	1	0	1	1	$x_1\bar{x}_2$
3	1	1	0	1	$x_1x_2$

Например, задача состоит в создании (синтезе) автомата принятия решения по большинству голосов участников голосования  $a, b, c$ . Возможны состояния автомата отражены в таблице истинности 10. Решение ( $A = 1$ ) принимается при условии:

нет  $a$ , есть  $b$ , есть  $c$ ;  
 есть  $a$ , нет  $b$ , есть  $c$ ;  
 есть  $a$ , есть  $b$ , нет  $c$ ;  
 есть  $a$ , есть  $b$ , есть  $c$ .

Таблица 10

Таблица истинности мажоритарного автомата

$a$	$b$	$c$	$A$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Получается логическая функция для работы автомата в виде

$$f_A = \bar{a}bc + a\bar{b}c + ab\bar{c} + abc. \quad (16)$$

На рис. 14 показаны соответствующие реализации в базисе «И–ИЛИ–НЕ» и в виде релейной схемы с замыканием и размыканием контактов.

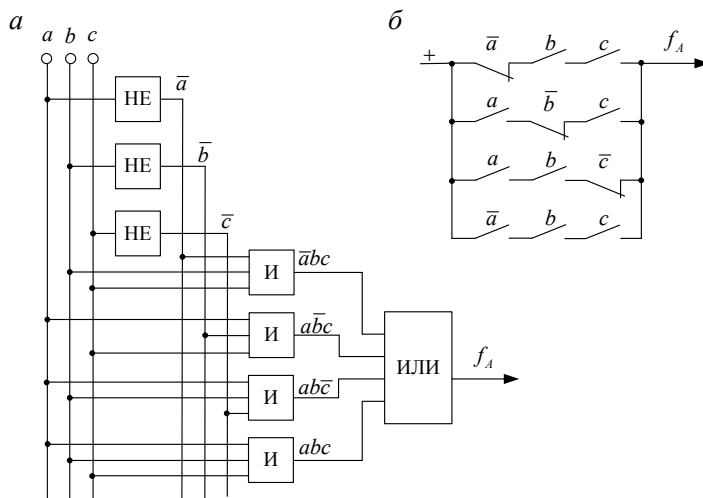


Рис. 14. Автомат голосования по мажоритарному принципу:  
 $a$  — реализация в базисе «И–ИЛИ–НЕ»;  $b$  — релейная реализация

Следует отметить, что предложенная реализация автомата нецелесообразна ввиду громоздкости. Синтез автомата заключается не только в получении логической функции, но и в ее преобразовании к виду, соответствующему минимальному количеству элементов. Рассматриваемые теоремы помогают эту процедуру выполнить.

**Теорема о склеивании.** Пусть имеется два соседних минтерма  $m_i$  и  $m_j$ , отличающихся друг от друга состоянием переменной  $x_k$ . Дизъюнкция соседних минтермов равна импликанте, не содержащей переменную  $x_k$ .

Обозначим как  $\bar{x}_j$  неопределенное состояние переменной (0 или 1). Если  $m_i = (\bar{x}_1, \dots, x_k, \dots, \bar{x}_n)$ , то  $m_j = (\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_k, \dots, \bar{x}_n)$ .

Доказательство.

$$m_i + m_j = \bar{x}_1, \dots, x_k, \dots, \bar{x}_n + \bar{x}_1, \dots, \bar{x}_k, \dots, \bar{x}_n = (\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n) (x_k + \bar{x}_k) = \bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n, \text{ где } t \neq k.$$

**Пример 4.**  $\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 = \bar{x}_1 \bar{x}_3 (x_2 + \bar{x}_2) = \bar{x}_1 \bar{x}_3$ .

Существует аналогичная теорема о склеивании соседних макстермов в их логическом произведении (конъюнкции).

Релейная интерпретация теорем о склеивании на примере функций двух переменных приведена на рис. 15.

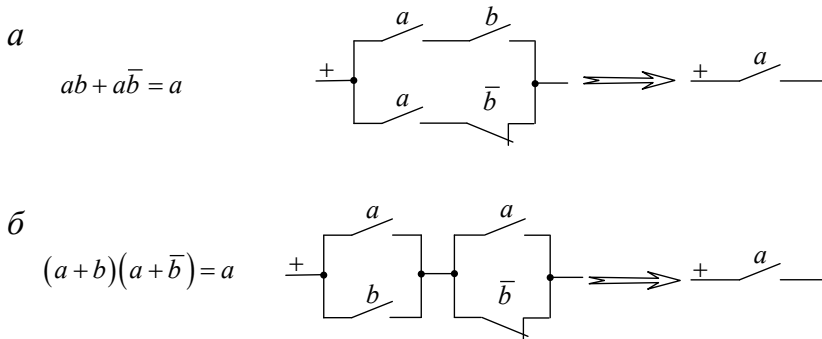


Рис. 15. Релейная интерпретация теоремы о склеивании:

$a$  — для операции дизъюнкции;  $\bar{b}$  — для операции конъюнкции

Воспользуемся теоремой о склеивании для минимизации функции (16).

$$f_A = (\bar{a}bc + abc) + (a\bar{b}c + abc) + (ab\bar{c} + abc) = bc + ac + ab.$$

Естественно, вместо схем на рис. 14 получается более простая реализация.

**Теорема о поглощении.** Конъюнктивная импликанта  $p_1$  поглощает минтерм или другую импликанту большей размерности в операции сложения:  $p_1 + p_2 = p_1$ .

Доказательство. Пусть имеются две импликанты —  $p_1$  и  $p_2$  так, что размерность  $\dim p_1 < \dim p_2$ . Следовательно, импликанта  $p_1$  есть часть импликанты  $p_2$ , т.е.

$$p_2 = p_1 \gamma,$$

где  $\gamma$  — конъюнктивное дополнение. Например,  $p_1 = ab$ ,  $p_2 = abcde$ . Следовательно,  $p_2 = p_1 \cdot cde$ ,  $\gamma = cde$ . Запишем логическую сумму

$$p_1 + p_2 = p_1 + p_1 \gamma = p_1 (1 + \gamma) = p_1. \quad (17)$$

В нашем примере

$$ab + abcde = ab(1 + cde) = ab.$$

В общем виде под  $p_1$ ,  $p_2$  и  $\gamma$  можно понимать функции, при этом остается справедливым  $p_1 + p_2 = p_1$ .

Например,  $f = (a + bc) + (a + bc)(\overline{x_1 + x_2})$ . Здесь  $p_1 = (a + bc)$ ,

$$p_2 = (a + bc)(\overline{x_1 + x_2}), \quad \gamma = \overline{x_1 + x_2}:$$

$$f = (a + bc)(1 + \overline{x_1 + x_2}) = a + bc.$$

Аналогично доказывается двойственная теорема о поглощении дизъюнктивных импликант и макстермов в их произведении. Пусть  $r_1$  имеет размерность  $\dim r_1 < \dim r_2$ . Например,  $r_1 = a + b$ ;

$$r_2 = a + b + c + d + e.$$

Логическое произведение

$$r_1 r_2 = r_1 (r_1 + \delta) = r_1,$$

где  $r_1$  — общая часть в двух импликантах;  $\delta$  — добавка в более длинной импликанте по отношению к короткой импликанте.

Действительно,  $r_1 (r_1 + \delta) = r_1 + r_1 \delta$ . В силу выражения (17) справедливо

$$r_1 r_2 = r_1 + r_1 \delta = r_1.$$

Проиллюстрируем сказанное примером:

$$\begin{aligned} (a + b)(a + b + c + d + e) &= (a + b) + (a + b)(c + d + e) = \\ &= (a + b)[1 + (c + d + e)] = a + b. \end{aligned}$$

Полезны некоторые поглощения двух переменных, легко доказываемые законом дистрибутивности, которые приведены ниже, на рис. 16, вместе с их релейными схемами.

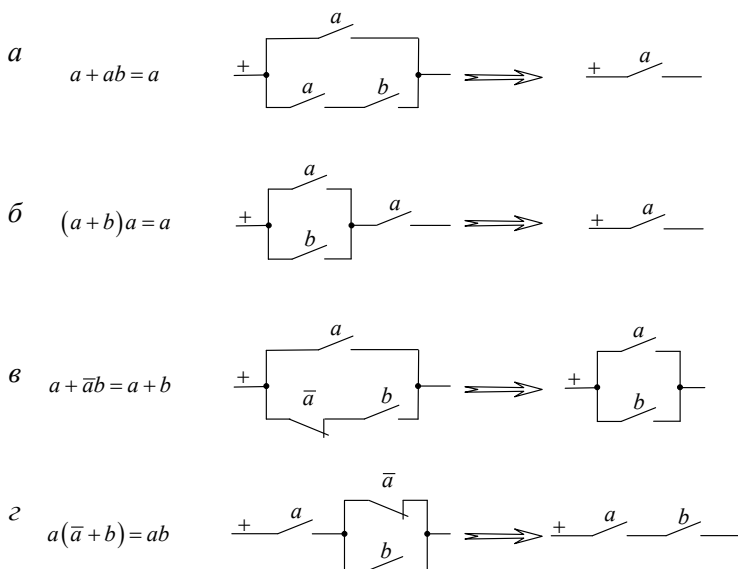


Рис. 16. Интерпретация примеров поглощения в виде релейных схем для функций:

$$f = a + ab \text{ (a)}; f = (a + b)a \text{ (б)}; f = a + \bar{a}b \text{ (в)}; f = a(\bar{a} + b) \text{ (г)}$$

## Глава 7. Применение теорем булевой алгебры к релейным схемам

Из теоремы о разложении можно получить два следствия, которые полезны при анализе и преобразовании релейных схем.

Пусть имеется конъюнкция (И) некоторой переменной  $x_i$  и функции  $f(x)$ , содержащей эту переменную как в прямом ( $x_i$ ), так и в инверсном виде ( $\bar{x}_i$ ):  $F = x_i \cdot f(x_1, \dots, x_i, \bar{x}_i, \dots, x_n)$ . В релейной схеме интерпретации это соответствует НРК  $x_i$ , последовательно включенным с релейной схемой  $f(x)$ . Согласно теореме о разложении можно записать

$$F = x_i \cdot f(x) = x_i \{x_i \cdot f(x_1, \dots, 1, 0, \dots, x_n) + \bar{x}_i \cdot f(x_1, \dots, 0, 1, \dots, x_n)\} = x_i \cdot f(x_1, \dots, 1, 0, \dots, x_n).$$

Например:  $F = x_1 (x_1 \bar{x}_2 + \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3) = x_1 (1 \cdot \bar{x}_2 + 0 \cdot x_2 \bar{x}_3) = x_1 (\bar{x}_2)$ . Отсюда следует, что если НРК  $x_i$  включен последовательно с некоторой контактной системой  $f(x)$ , в которой одноименные контакты находятся в нормально разомкнутом ( $x_i$ ) и нормально замкнутом ( $\bar{x}_i$ ) состояниях, то НРК  $x_i$  в этой схеме закорачивается (тождественно 1), а НЗК  $\bar{x}_i$  размыкается (удаляется), что тождественно 0. На рис. 17 показана тождественность схем в общем виде (а) и для приведенного примера (б).

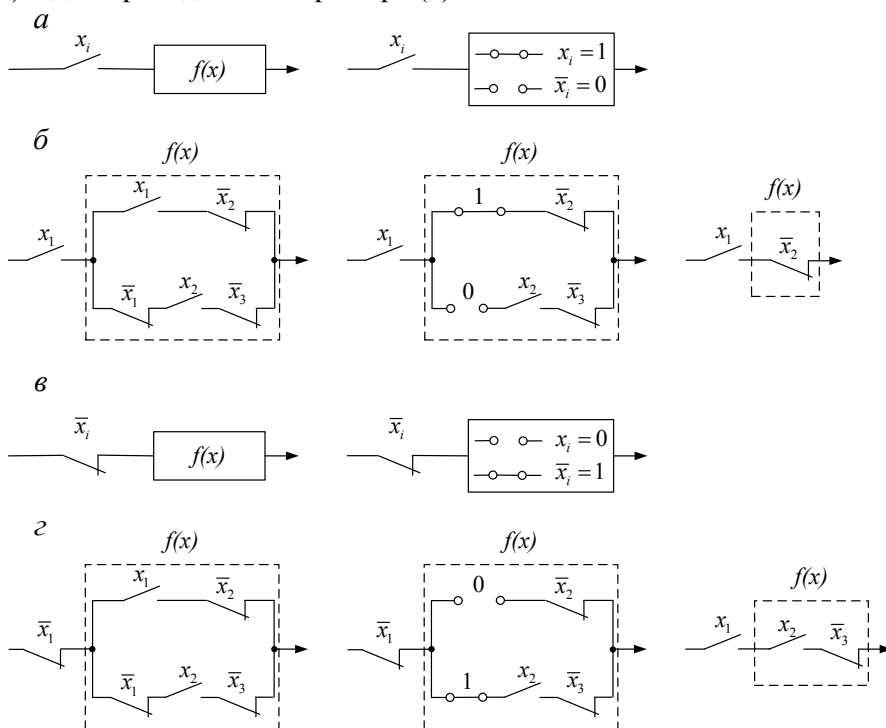


Рис. 17. Последовательное соединение контакта и схемы:

а — НРК; б — пример НРК и функции  $f(x)$ ; в — НЗК; з — пример НРК и функции  $f(x)$



Совершенно аналогично показывается справедливость другого следствия: если НЗК  $\bar{x}_i$  включен последовательно с некоторой контактной схемой  $f(x)$ , в которой имеются одноименные контакты НРК  $x_i$  и НЗК  $\bar{x}_i$ , НРК  $x_i$  удаляется (0), а НЗК  $\bar{x}_i$  закорачивается (1).

Содержательная сторона этого следствия отражена на рис. 17, в. На рис. 17, г показаны тождественные преобразования для следующего примера:

$$F = \bar{x}_1 (x_1 \bar{x}_2 + \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3) = \bar{x}_1 (0 \bar{x}_2 + 1 x_2 \bar{x}_3) = \bar{x}_1 (x_2 \bar{x}_3).$$

Обычно оба следствия объединяют в одно правило: если контакт (в прямом  $x_i$  или инверсном виде  $\bar{x}_i$ ) включен последовательно со схемой  $f(x)$ , то в этой схеме одноименные ему контакты закорачиваются, а инверсные удаляются.

Аналогичное правило получается при параллельном соединении НРК или НЗК с логической схемой  $f(x)$ . В этом случае в схеме  $f(x)$  все одноименные контакты могут быть удалены, а инверсные закорочены. Например, на основании полученного правила можно показать, что две схемы, приведенные на рис. 18, тождественны.

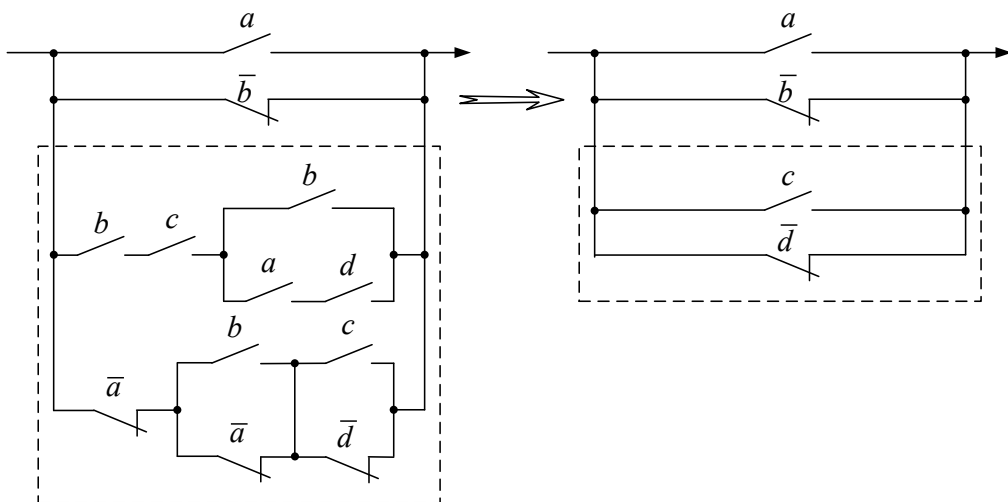


Рис. 18. Параллельное соединение контакта и схемы

На основании закона инверсии можно получить правило образования противоположно действующих контактных схем. Если релейная схема на базе НРК и НЗК, выполняющая функцию  $F(x)$ , то противоположная ей (обратная по условиям работы)  $\bar{F}(x)$  получается из исходной схемы путем замены последовательных соединенных контактов на параллельные и наоборот, а также заменой НРК и НЗК и наоборот.

На рис. 19 показаны две противоположные схемы, имеющие логическое описание в виде

$$F = (a + b)c + \bar{c}(d + \bar{a})\bar{b};$$

$$W = \bar{F} = (\bar{a}\bar{b} + c)(c + \bar{d}a + b).$$

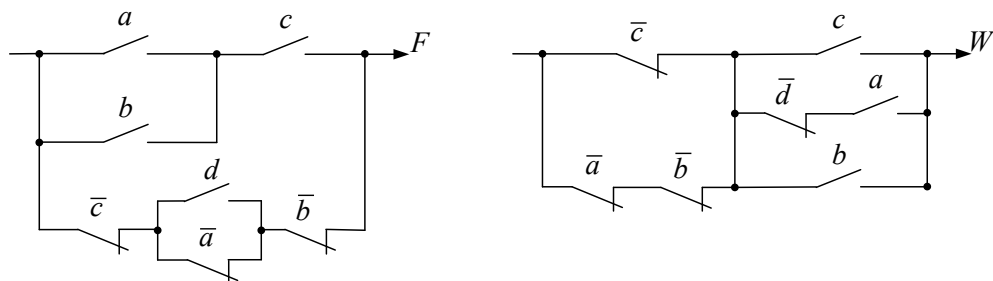


Рис. 19. Получение инверсных схем

Теорема о разложении помогает сделать описание действия релейной схемы, содержащей мостиковые контактные переключки. Например, на рис. 20, а показана схема с переключкой  $c$ . Сделать непосредственно запись функции  $f(a, b, c)$  не представляется возможным, так как схема не относится к классу параллельно-последовательных систем. Однако, переходя к разложению по переменной  $c$ , определяющей состояние переключки, можно записать

$$f = c \cdot f(\text{при } c = 1) + \bar{c} \cdot f(\text{при } c = 0).$$

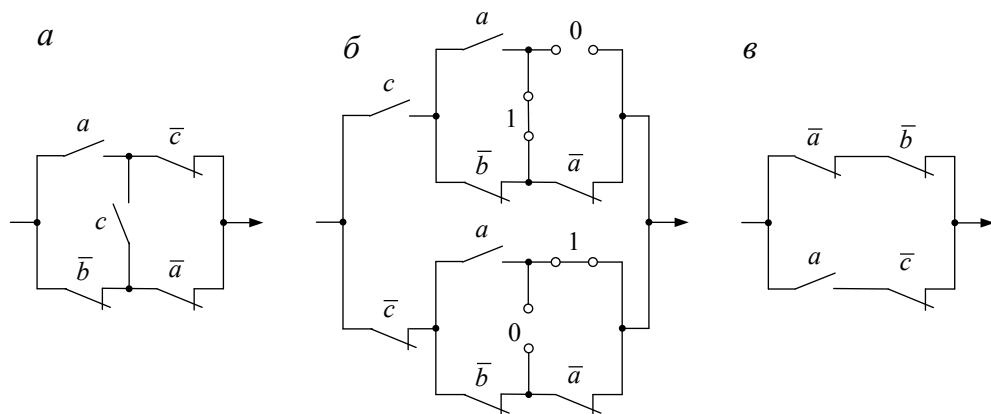


Рис. 20. Образование схемы с контактной переключкой:

$a$  — исходная схема;  $b$  — после применения правила преобразования;

$в$  — результирующая схема

Для рассматриваемого примера соответствующая схема приобретает вид, показанный на рис. 20, б. В верхней ее части последовательно с НРК  $c$  повторена схема  $f$  при закороченном контакте  $c = 1$  и разомкнутом контакте вместо  $\bar{c}$ , так как при  $c = 1$  имеем  $\bar{c} = 0$ . В нижней части дана схема

$f$  при  $c = 0$  (соответственно при этом  $\bar{c} = 1$ ), включенная последовательно с вынесенным контактом  $\bar{c}$ . Нетрудно видеть, что эта схема описывается формулой

$$f = c[(a + \bar{b})\bar{a}] + \bar{c}[a + \bar{a}\bar{b}],$$

которая после преобразования приводится к выражению  $f = \bar{a}\bar{b} + a\bar{c}$ ; соответствующая релейная схема показана на рис. 20, в.

## Глава 8. Синтез логических схем

Как было показано выше, если есть описание автомата в виде логической формулы, то оно может быть реализовано в виде соответствующей структурной схемы в базисе «И–ИЛИ–НЕ». Решим, к примеру, задачу создания суммирующего одноразрядного устройства, действующего в соответствии с таблицей истинности (табл. 11).

Таблица 11

Таблица истинности сумматора на два входа

$a$	$b$	$s$	$p$
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Из этой таблицы видно, что устройство суммирования должно иметь два входа для складываемых двоичных чисел  $a$  и  $b$  и два выхода:

- вход  $s$  — сумма  $a \oplus b$ , подчиняющаяся логическому действию неравнозначности  $\omega_6$ , т. е.  $s = \bar{a}b + a\bar{b}$ ;
- вход  $p$  — перенос единицы в старший разряд, подчиняющийся закону конъюнкции ( $p = ab$ ), так как  $p = 1$  только при  $a = 1$  и  $b = 1$ .

На рис. 21, а представлена логическая схема одноразрядного сумматора на два входа ОС-2, построенная на основании записанных исходных формул для  $s$  и  $p$ . Однако формулу для суммы  $s$  можно преобразовать, учитывая при этом, что  $a\bar{a} = 0$  и  $b\bar{b} = 0$ :

$$\begin{aligned} s &= \bar{a}b + a\bar{b} = (\bar{a}b + b\bar{b}) + (a\bar{b} + a\bar{a}) = b(\bar{a} + \bar{b}) + a(\bar{b} + \bar{a}) = \\ &= (\bar{a} + \bar{b})(a + b) = \bar{a}\bar{b}(a + b) = \bar{p}(a + b). \end{aligned}$$

Результирующая схема, представленная на рис. 21, б, содержит меньше элементов, чем схема на рис. 21, а, хотя функционально обе схемы тождественны.

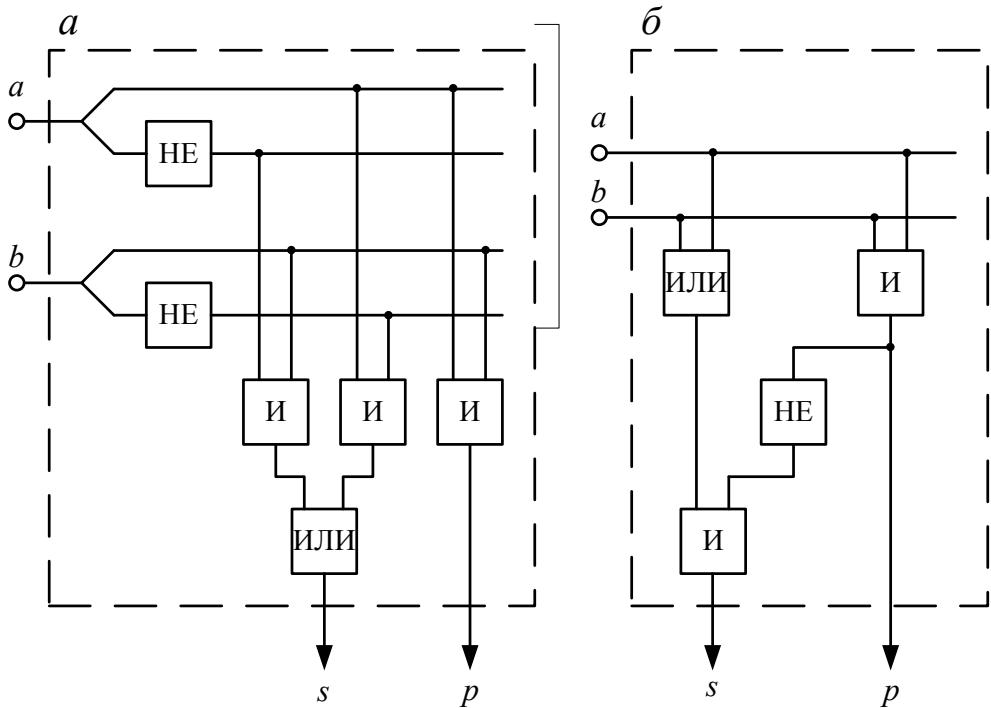


Рис. 21. Схемы ОС-2:  
 $a$  — логическая;  $b$  — результирующая

Читатель уже заметил, что законы, теоремы и вытекающие из них следствия дают возможность преобразовать и упростить логические формулы, структурные логические и релейные схемы. Во многом путь преобразования и минимизации логики для получения конечного результата зависит от опыта и знаний разработчика. Недаром считается, что эта работа в какой-то мере сродни искусству.

В целом синтез логических схем заключается в следующем.

1. На основании словесного описания действия дискретного автомата составляется таблица истинности для каждого выхода, в которой перечисляются все возможные комбинации входных параметров и соответствующие им значения выходных параметров.

2. На основании таблицы истинности записывается логическая функция в СДНФ, в которой при помощи операции дизъюнкции перечисляются все минтермы, дающие 1 на соответствующем выходе.

3. Логическая функция преобразуется к виду, требующему минимального количества элементов соответствующего базиса. Эта процедура называется оптимизацией (минимизацией) логики.

4. На основании полученной формулы (или формул для нескольких выходов) строится структурная схема автомата. Если в предыдущем пункте удалось добиться поставленной цели, то говорят об автомате с оптимальной (минимальной) логикой.

Проиллюстрируем сказанное на примере синтеза одноразрядного двоичного сумматора на три входа ОС-3.

1. Складываются двоичные числа  $a, b, c$ . Первый выход должен обеспечить сумму  $s = a \oplus b \oplus c$ , второй выход — перенос  $p$  в старший разряд. Соответствующая таблица истинности приведена ниже (табл. 12).

Таблица 12

Таблица истинности для сумматора на три входа

$a$	$b$	$c$	$s$	$P$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

2. Логические формулы СДНФ имеют вид:

$$s = \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}b\bar{c} + a\bar{b}\bar{c} + abc;$$

$$p = \bar{a}bc + a\bar{b}c + ab\bar{c} + abc,$$

где  $s$  есть логическая сумма 1, 2, 4 и 7 минтермов;  $p$  — логическая сумма 3, 5, 6, и 7 минтермов.

3. На основании законов логики функции  $s$  и  $p$  можно преобразовать:

$$p = bc + ac + ab;$$

$$s = \bar{a}\bar{b}(a + b + c) + \bar{a}\bar{c}(a + b + c) + \bar{b}\bar{c}(a + b + c) + abc = \\ = (a + b + c)(\bar{a}\bar{b} + \bar{a}\bar{c} + \bar{b}\bar{c}) + abc.$$

Для второй скобки в  $s$  введем обозначение  $V = (\bar{a}\bar{b} + \bar{a}\bar{c} + \bar{b}\bar{c})$  и, используя двойное отрицание и закон инверсии Шеннона, получим

$$V = \overline{\overline{\bar{a}\bar{b} + \bar{a}\bar{c} + \bar{b}\bar{c}}} = \overline{(a + b)(a + c)(b + c)} = \\ = \overline{ab + ac + bc + abc} = \overline{ab + ac + bc} = \bar{p}.$$

Следовательно,  $s = (a + b + c)\bar{p} + abc$ .

4. Логическая схема сумматора ОС-3 приобретает вид, представленный на рис. 22.



## Глава 9. Упрощение логических функций методом Карно

$$f = \overline{a}\overline{b}\overline{c}d + \overline{a}\overline{b}cd + \overline{a}b\overline{c}d + a\overline{b}\overline{c}d$$
$$f = \bar{a}\bar{b}d + \bar{a}\bar{c}d + a\bar{b}c\bar{d},$$

93

Увидеть все соседние минтермы не так просто, особенно для функций большой размерности. Более того, импликанты, имеющие размерность  $(n - 1)$ , сами могут оказаться соседними и допустить повторное склеивание. Пусть

$$f = \overline{a}\overline{b}\overline{c}d + \overline{a}\overline{b}cd + \overline{a}b\overline{c}d + \overline{a}bcd + a\overline{b}\overline{c}d + a\overline{b}cd, \quad (18)$$

тогда можно склеить первый и второй члены, а также третий с пятым и четвертый с шестым и получить

$$f = \overline{a}bd + \overline{a}bd + a\overline{b}\overline{d}.$$

В этом виде функция содержит две соседние импликанты (первый и второй члены), поэтому можно выполнить преобразование

$$f = \overline{a}d(\overline{b} + b) + a\overline{b}\overline{d} = \overline{a}d + a\overline{b}\overline{d},$$

где  $\overline{a}d$  — то общее, что есть в первом, втором, третьем и пятом членах функции (18).

Карно М. предложил расположить все возможные минтермы функции порядка  $n$  в виде прямоугольной или квадратной таблицы так, чтобы каждый минтерм был в окружении соседних минтермов. Имеется в виду, что слева и справа, а также сверху и снизу от минтерма оказываются соседние ему минтермы. Не останавливаясь на алгоритме формирования карт Карно, в основу которого положен код Грея, покажем вид карт для  $n = 2, \dots, 5$ . На рис. 23 в клетках карт Карно записаны номера соответствующих минтермов в десятичном и двоичном виде.

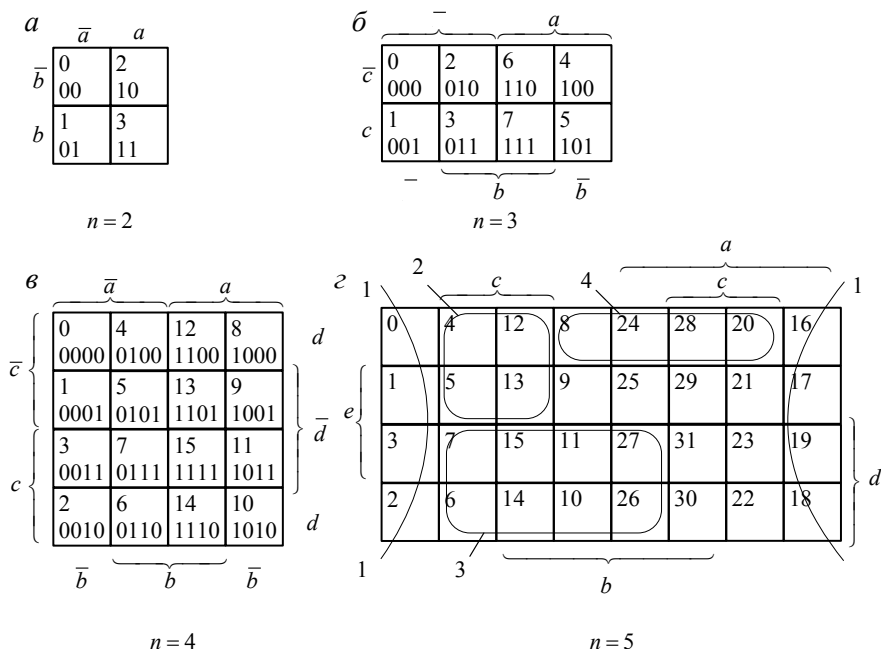


Рис. 23. Карты Карно для  $n = 2$  (*a*);  $n = 3$  (*б*);  $n = 4$  (*в*);  $n = 5$  (*г*)

Нетрудно видеть, что функция (18) есть сумма минтермов

$$f = m_1 + m_3 + m_5 + m_{10} + m_7 + m_8. \quad (18)$$

Двоичное отображение соответствующих номеров: 0001, 0011, 0101, 1010, 0111, 1000.

Если в соответствующие клетки карты Карно поставить 1, то эта карта для функции (18) приобретает вид, показанный на рис. 24.

Удивительное свойство карт Карно заключается в том, что наружные стороны карты могут быть попарно склеены, так как там располагаются соседние минтермы. Например, для  $n = 4$  минтермы верхнего ряда  $m_0, m_4, m_{12}, m_8$  являются попарно соседними с минтермами нижнего ряда  $m_2, m_6, m_{14}, m_{10}$  и т. д. Зная это свойство, легко увидеть пары склеиваемых минтермов. Пара склеиваемых минтермов образует импликанту, содержащую общую в них часть. Из карты Карно легко получить соответствующие импликанты, используя пометки на полях, показывающие общее в элементах столбцов и строк. Например, пары минтермов в верхнем правом и нижнем правом углах имеют одинаковые переменные  $a, \bar{b}, \bar{d}$ , что дает импликанту  $a\bar{b}\bar{d}$ .

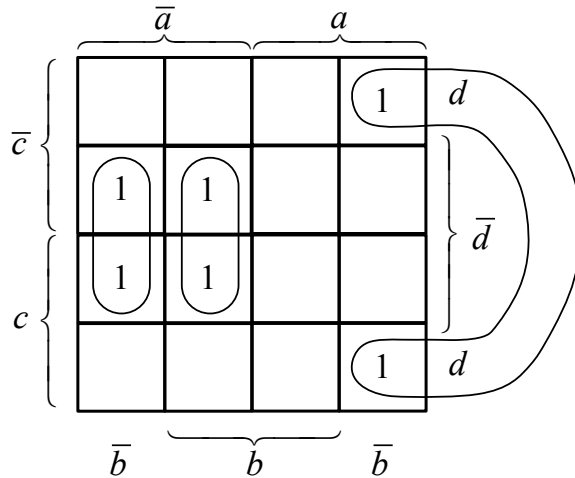


Рис. 24. Карты Карно для функции (18)

Пары соседних минтермов образуют простейший контур с числом клеток 2.

Контур для склеивания может содержать не только 2 клетки (одинарное склеивание, исключение одной переменной, получение импликанты размерности  $(n - 1)$ ), но и 4 клетки (двойное склеивание, исключение двух переменных, получение импликанты порядка  $(n - 2)$ ), восемь клеток и т. д., т. е. кратно  $2^k$ , где  $k$  — целое положительное число.

Контур для склеивания (так называемый истинный контур) имеет вид квадрата или прямоугольника. Минимальная длина стороны прямоугольника  $l_{\min} = 1$ . Длина стороны также кратна числу  $2^k$ . Максимальная длина



$l_{\max} = 2^{n/2}$  для четного значения  $n$  и  $l_{\max} = 2^{(n+1)/2}$  для нечетного значения  $n$ . На рис. 24 четыре левые клетки, заполненные единицами, образуют истинный контур, в котором у всех элементов есть общие переменные  $\bar{a}$  и  $d$ , поэтому вместо минтермов  $m_1, m_3, m_5, m_7$  остается импликанта  $\bar{a}d$ , размерность которой меньше, чем размерность склеиваемых минтермов, на 2.

К истинному контуру предъявляется еще одно важное требование. Из рис. 23 видно, что при увеличении  $n$  на 1 каждое новое поле карты Карно получается из двух субполей предыдущей размерности. Истинный контур всегда симметричен относительно одной из центральных осей (горизонтальной или вертикальной, см. рис. 23,  $n = 5$ ) или полностью размещается в одном из субполей симметрично относительно одной из его осей. На этом же рисунке показано два истинных контура (контур 1, состоящий из восьми и контур 2 — из четырех клеток) и два ложных (3 — из восьми и 4 — из четырех клеток).

На рис. 25 для примера показаны шесть заполненных карт Карно с выделенными контурами, из которых следует запись функций в ДНФ.

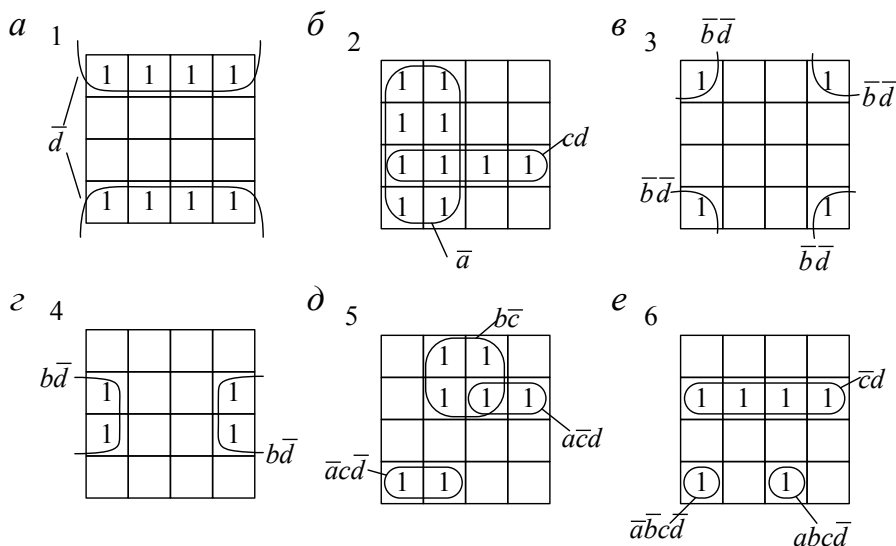


Рис. 25. Примеры карт Карно для различных функций с указанием секторов для функций:

$$\begin{array}{lll} f_1 = \bar{a} & (a); & f_2 = \bar{a} + cd & (b); & f_3 = \bar{b}\bar{d} & (c); \\ f_4 = b\bar{d} & (e); & f_5 = \bar{b}\bar{c} + \bar{a}c\bar{d} + a\bar{c}d & (d); & f_6 = \bar{c}d + \bar{a}\bar{b}c\bar{d} + ab\bar{c}d & (e) \end{array}$$

Следует заметить, что метод Карно не всегда обеспечивает минимальную логику, поскольку в нем все упрощения основаны только на склеивании. Поэтому не исключаются дальнейшие преобразования с использованием аксиом и теорем булевой алгебры. Например, для функции  $f_6$  можно продолжить

$$f_6 = \bar{c}d + c\bar{d}(\bar{a}\bar{b} + ab).$$

Здесь наглядно демонстрируется, что в релейно-контактном исполнении в первом случае понадобилось бы 10 контактов, а во втором случае после преобразования — 8 контактов. В функции  $f_5$  также можно сэкономить на одном контакте, если записать

$$f_5 = \bar{c} (b + ad) + \bar{a} c \bar{d}.$$

Опишем полезный прием работы с картой Карно, в котором используется дополняющий минтерм. Пусть до полного истинного контура не хватает одной единицы, т. е. одного минтерма, как это показано на рис. 26. Если бы функция содержала минтерм  $m_{13}$ , то согласно обведенному контуру  $f + m_{13} = a$ . Сама функция  $f$  описывается заштрихованным полем.

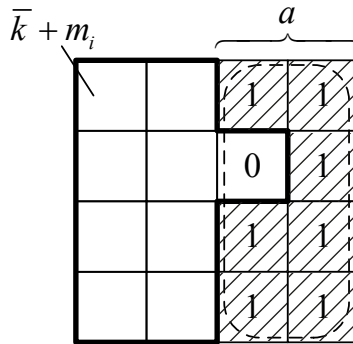


Рис. 26. Использование дополняющего минтерма

В общем виде можно записать

$$f + m_i = k,$$

где  $k$  — импликанта, описывающая содержание контура. Из карты Карно видно, что  $\bar{f} = \bar{k} + m_i$ . Следовательно, согласно закону Де Моргана

$$f = \overline{\bar{k} + m_i} = k \bar{m}_i.$$

Функция равна содержанию контура  $k$ , и дополняющий минтерм  $m_i$  при этом должен отсутствовать. В нашем примере

$$f = a(\overline{ab\bar{c}d}).$$

Продолжая преобразования, получим

$$f = a(\bar{a} + \bar{b} + c + \bar{d}) = a(\bar{b} + c + \bar{d}).$$

Иногда приходится решать обратную задачу. Если функция записана в ДНФ, то необходимо перейти к СДНФ. Пусть дана функция

$$\varphi = ab + b\bar{c} + \bar{a}\bar{c}d.$$

Первому члену  $ab$  соответствуют четыре единицы контура 1 (рис. 27). Второму члену соответствуют четыре единицы контура 2, члену  $\bar{a}\bar{c}d$  — две единицы контура 3.

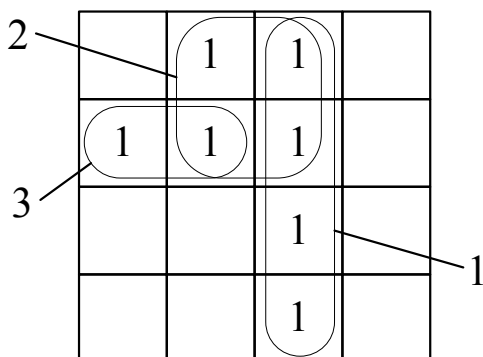


Рис. 27. Переход от ДНФ к СДНФ

Учитывая, что многократное повторение одного и того же минтерма  $m_i$  тождественно однократной записи  $m_i$ , можно записать функцию  $f$  в СДНФ, перечислив все минтермы согласно клеткам, в которых встречается хотя бы одна единица. В нашем примере

$$\begin{aligned} \Phi &= m_4 + m_{12} + m_1 + m_5 + m_{13} + m_{15} + m_{14} = \\ &= \bar{a}\bar{b}\bar{c}d + ab\bar{c}\bar{d} + \bar{a}\bar{b}c\bar{d} + \bar{a}b\bar{c}d + ab\bar{c}d + abcd + abcd. \end{aligned}$$

Проиллюстрируем процедуру синтеза логического автомата на следующей задаче: требуется построить автомат, фиксирующий принятие решения в результате голосования по мажоритарному принципу, для работы комиссии из четырех человек  $a, b, c, d$ , в которой председатель  $a$  имеет два голоса. Таблица истинности и карта Карно приобретают вид, показанный на рис. 28.

$a$	$a$	$b$	$c$	$d$	$f$
	0	0	0	0	0
	0	0	0	1	0
	0	0	1	0	0
	0	0	1	1	0
	0	1	0	0	0
	0	1	0	1	0
	0	1	1	0	0
	0	1	1	1	1
	1	0	0	0	1
	1	0	0	1	1
	1	0	1	0	1
	1	0	1	1	1
	1	1	0	0	1
	1	1	0	1	1
	1	1	1	0	1
	1	1	1	1	1

$\beta$

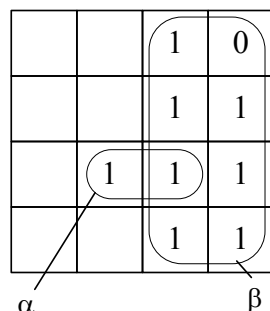


Рис. 28. Мажоритарный автомат:  
 $a$  — таблица истинности;  $\beta$  — карта Карно

Запишем функцию через два контура  $\alpha$  и  $\beta$  с исключением дополняющего минтерма  $m_8$  (правая верхняя клетка карты Карно)

$$f = \alpha + \beta \bar{m}_8 = bcd + a(\bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}) = bcd + a(\bar{a} + b + c + d) = \\ = bcd + a(b + c + d).$$

Структурная схема автомата и его релейно-контактное исполнение показаны на рис. 29.

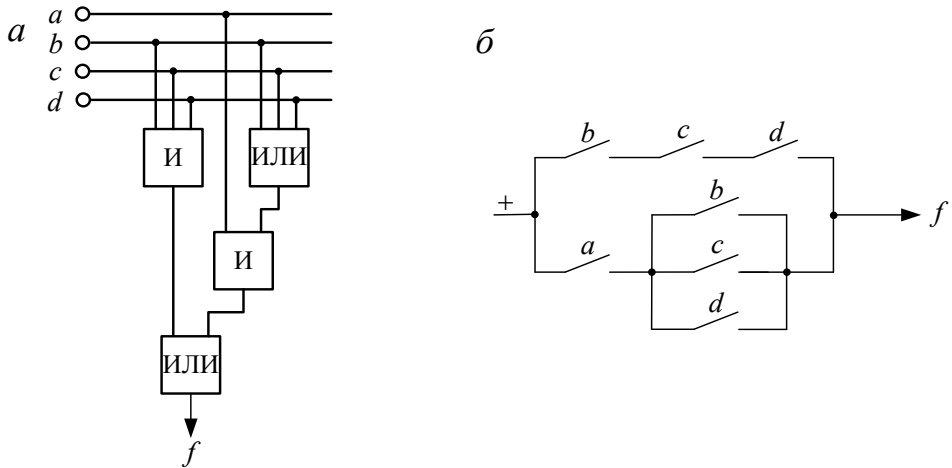


Рис. 29. Автомат для голосования:

$a$  — реализация в базисе «И–ИЛИ–НЕ»;  $b$  — релейная интерпретация

## Глава 10. Примеры синтеза логических автоматов

На рассматриваемых ниже задачах синтеза еще раз оценим возможность изучаемого аппарата преобразования логических функций в целях построения минимальной логики.

**Многофункциональные автоматы.** В отличие от предыдущих задач, здесь речь идет об автоматах не с одним, а с несколькими выходами. Ранее при изучении одноразрядных сумматоров (см. таблицы истинности на с. 90, 92) мы уже имели дело с двумя выходами —  $s$  (сумма) и  $p$  (перенос).

Если у автомата на  $n$  входов имеется  $p$  выходов, каждый из которых подчиняется своей логической функции

$$y_i = f_i(x_1, \dots, x_n), i = 1, \dots, p,$$

то такой автомат в принципе эквивалентен  $p$  самостоятельным автоматам. Если каждый автомат  $y_i$  имеет  $k_i$  импликант при записи функции в ДНФ, то общее число элементов И будет составлять

$$k = \sum_{i=1}^p k_i.$$

Поскольку для реализации дизъюнкции в каждом автомате необходим элемент ИЛИ, то их общее количество  $k_{\text{или}} = p$ . Общее количество элементов И и ИЛИ составляет  $k = k_{\text{и}} + k_{\text{или}}$ . Например, у автомата на 4 входа  $a, b, c, d$  есть две функции:

$$y_1 = ad + bcd + ab\bar{c} + a\bar{b}c + \bar{b}\bar{c}d,$$

$$y_2 = ad + \bar{b}\bar{c}d + a\bar{b}c + ab\bar{c} + \bar{a}bc.$$

Нетрудно видеть, что  $k_{\text{и}} = 10$ ,  $k_{\text{или}} = 2$ ,  $k = 12$ . Однако если для каждой из функций заполнить свою карту Карно, то можно обнаружить общие поля, которым соответствует некоторая функция  $H$ . Эту функцию целесообразно использовать при синтезе каждой из функций  $y_i$ .

На рис. 30 показаны карты для  $y_1$  и  $y_2$ , общая составляющая часть  $H$  заштрихована.

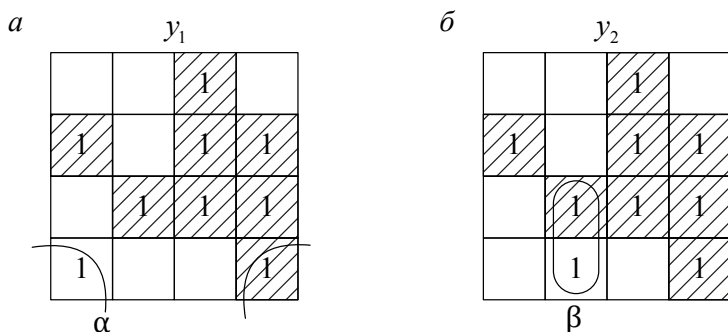


Рис. 30. Карты Карно для функций  $y_1$  (а) и  $y_2$  (б)

В соответствии с методом Карно можно записать

$$H = ad + bcd + ab\bar{c} + a\bar{b}c + \bar{b}\bar{c}d.$$

С учетом общей части  $H$  каждая функция может быть представлена как

$$y_i = H + \varphi_i(x). \quad (19)$$

Общее число логических элементов в системе (19)

$$k' = h + k'_{\text{и}} + k'_{\text{или}},$$

где  $h$  — число элементов в структурной схеме  $H$ .

Если  $k' < k$ , то выгоднее перейти к моделированию функций через выражение (19).

Для нашего примера  $\varphi_1 = \bar{b}\bar{c}d$  (контур  $\alpha$ ),  $\varphi_2 = \bar{a}bc$  (контур  $\beta$ ), следовательно,

$$y_1 = H + \bar{b}\bar{c}d,$$

$$y_2 = H + \bar{a}bc,$$

при этом  $h = 6$ ,  $k'_{\text{и}} = 2$ ,  $k'_{\text{или}} = 2$ ,  $k' = 10$ . Поскольку  $k' < 12$ , то имеет смысл воспользоваться структурной схемой, показанной на рис. 31.

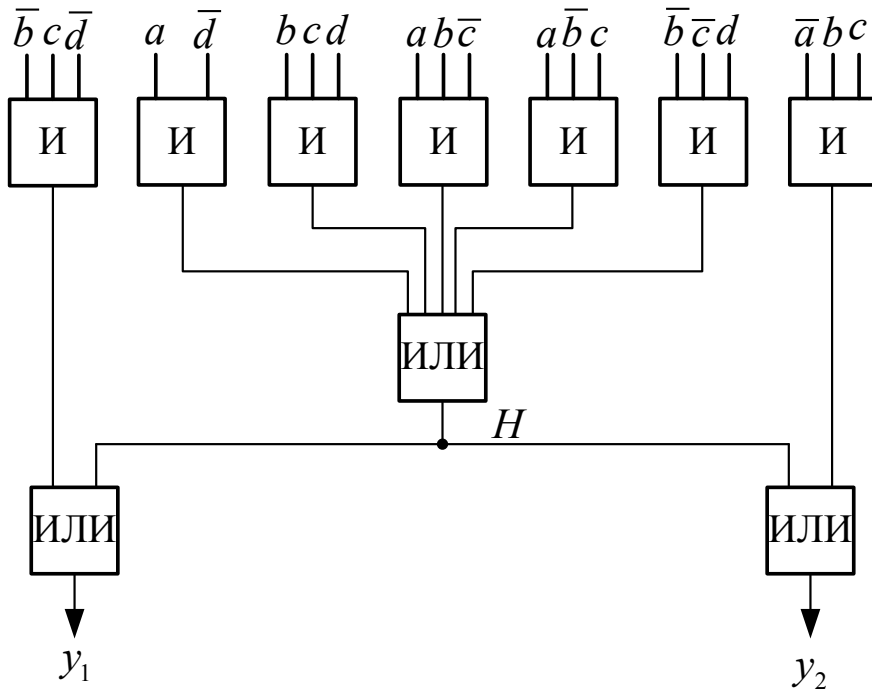


Рис. 31. Автомат с двумя выходами  $y_1$  и  $y_2$

**Реализация логической функции на базе мультиплексора.** Мультиплексор (МП) — это цифровой многопозиционный переключатель, по-другому — коммутатор. Один из  $n$  входов с номером  $j$  коммутируется на единственный выход  $V$ , если на адресное управление  $s$  подано двоичное число  $j$ . На рис. 32 показано условное отображение МП с 8 входами (от 0 до 7), имеющими соответственно адресные номера 000, 001, 010 и т. д. до 111. Размерность  $s$  равна 3, что позволяет задавать адрес входа  $j$  в виде минтерма  $m_j$ .

Например, если требуется закоммутировать шестой вход, то  $s = 110$ , иначе  $s = abc$ , при этом  $V = v_6$ . Информация на входе  $v_6$  (1 или 0) повторяется на выходе  $V$ . Эта информация может быть не только в виде одного сигнала, но и в виде последовательности дискретных сигналов, а также в виде аналогового сигнала. В нашей комбинаторной задаче будем рассматривать  $v_i$  как двоичный сигнал (0 или 1). Таким образом, при  $s = 110$  имеем  $V = v_6 \cdot abc = v_6 m_6$ , где  $m_6$  — шестой минтерм. В целом с учетом того, что МП может коммутировать любой вход, можно записать

$$V = v_1 m_1 + v_2 m_2 + \dots + v_7 m_7.$$

Нетрудно видеть, что МП можно использовать для реализации логической функции, записанной в СДНФ.

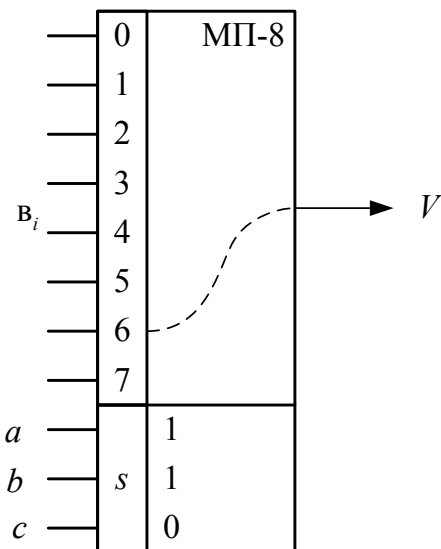


Рис. 32. Восьмиразрядный мультиплексор

Рассмотрим пример. Требуется синтезировать устройство, сигнализирующее о работе энергетического комплекса, состоящего из трех агрегатов  $a, b, c$ . Нормальное состояние — в работе находится не менее двух агрегатов ( $f_n$ ), в противном случае — аварийный сигнал  $f_a$ . Соответствующая таблица истинности (рис. 33) отражает поставленное условие. Естественно,  $f_a = \bar{f}_n$ .

Поскольку в этом случае  $V = 1m_3 + 1m_5 + 1m_6 + 1m_7$ , достаточно на 3-й, 5-й, 6-й и 7-й входы подать питание, чтобы обеспечить состояния входов  $v_3 = v_5 = v_6 = v_7 = 1$ , то МП, показанный на рис. 29, будет действовать согласно таблице истинности и логической формуле

$$f_n = \bar{a}bc + a\bar{b}c + ab\bar{c} + abc.$$

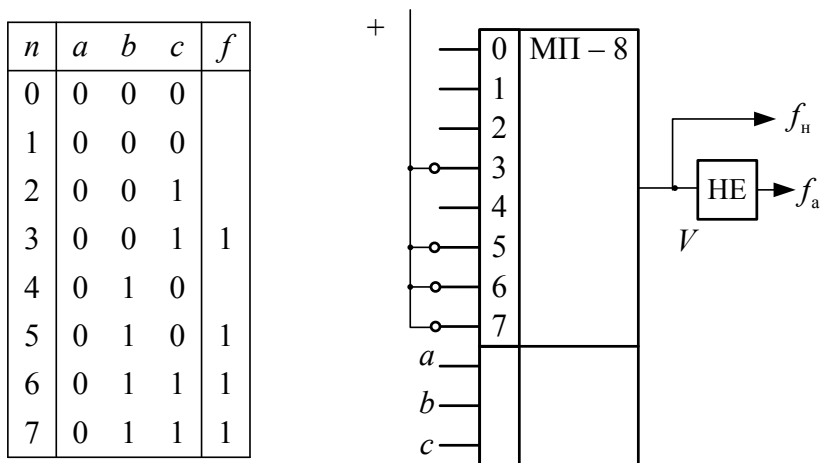


Рис. 33. Реализация функции  $f_n$  на МП

**Кодирующие и декодирующие устройства.** Во многих информационных системах, в том числе вычислительной технике, телемеханике и АСДУ ЭЭС, используется преобразование информации. Чаще всего речь идет о преобразовании двоичных чисел в другую запись, например в код Грея, код Хэмминга и др. Естественно, возникает необходимость возврата из этих записей (кодов) к двоичному виду. Поскольку в своей деятельности человек использует множество цифр и символов различных языков, объединяемых в тот или иной информационный алфавит, то возникают задачи кодирования и декодирования этих символов. Например, нажимая на обычном калькуляторе кнопку одной из цифр десятичной записи, мы получаем отображение этой цифры на жидких кристаллах в виде семисегментного кода. Часто преобразователи кодов называются шифраторами и дешифраторами. Поскольку в двоичной логической технике используется только два символа — 0 и 1, то элементы исходного алфавита  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_m$  представляются при вводе в кодирующее устройство КУ (рис. 30, а) как единица на входе с номером  $i$ , т. е. как 00 ... 1 ... 0. Функция устройства преобразования заключается в получении на  $m$  выходах комбинации 1 и 0, однозначно соответствующей поданному сигналу с номером  $i$ . Чаще всего эта комбинация есть двоичное число. Если  $m = 256$ , то  $n = 8$ , так как восьмиразрядным двоичным числом можно отобразить  $m$  входных символов. Например, нажимая на клавиатуре элемент  $\alpha_{137}$ , получим число 10001001. На рис. 34, а показано КУ на 16 входов (от 0 до 15) и 4 выхода для получения двоичных чисел от 0000 до 1111. При  $i = 3$  получаем 0011.

Задача декодирования состоит в получении сигнала «1» на выходе  $i$ , если на входы  $0 \dots 2^n - 1$  подана комбинация 0 и 1, соответствующая двоичному числу  $i$ . На рис. 30, б показан случай, когда входное число  $0101_{(2)}$  декодируется в сигнал на выходе  $i = 5$ .

Иногда приходится переводить информацию из одной системы кодирования в другую, например из кода Грея в двоичную систему. Таким образом, устройства преобразования информации являются типичными примерами многофункциональных логических автоматов.

Рассмотрим задачу получения кода Хэмминга. Как известно, при передаче информации в канале связи из-за внешних помех может произойти искажение сигнала так, что 1 будет восприниматься на приемном конце как 0 и наоборот. Например, при передаче двоичного числа 1000 будет получено, допустим, число 1010. По внешнему виду никоим образом невозможно судить о достоверности информации. Если же исходное двоичное слово (обозначим его разряды как  $abcd$ ) дополнить контрольным разрядом  $x$ , формирование которого подчиняется логической формуле  $x = a \oplus b \oplus c \oplus d$ , то в кодовой комбинации  $xabcd$  всегда будет четное число единиц.



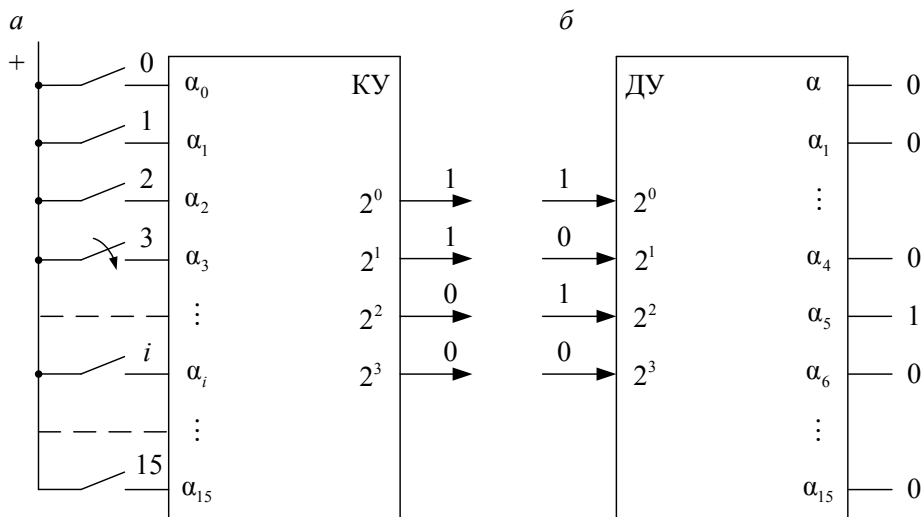


Рис. 34. Кодировующее (а) и декодирующее (б) устройство

В нашем примере отправляемое число есть 11000, и если на приемной части получено число 11001 с нечетным числом единиц, то можно сделать однозначный вывод о наличии искажения информации, не выявляя при этом разряд с искажением сигнала. Более сложный код Хэмминга позволяет не только установить факт появления ошибки, но и указать тот разряд, в котором требуется восстановить сигнал, т.е. произвести его инверсию. Для этого вводятся дополнительно три разряда  $x_1, x_2, x_3$ , и код приобретает вид  $x_1x_2ax_3bcd$ . Таким образом, четырехразрядный код переводится в семиразрядный, в котором дополнительные переменные вычисляются по логическим формулам

$$\begin{aligned}x_1 &= a \oplus b \oplus d; \\x_2 &= a \oplus c \oplus d; \\x_3 &= b \oplus c \oplus d.\end{aligned}$$

На элементной базе М2 — «сложения по модулю 2» (операция неравнозначности) — схема приобретает вид, показанный на рис. 35. Легко перейти к базису «И–ИЛИ–НЕ», если вспомнить, что  $\bar{a}b = a\bar{b} + \bar{a}b$ . Тогда в этом базисе получим

$$\begin{aligned}x_1 &= \bar{a}\bar{b}d + \bar{a}b\bar{d} + a\bar{b}\bar{d} + abd; \\x_2 &= \bar{a}\bar{c}d + \bar{a}c\bar{d} + a\bar{c}\bar{d} + acd; \\x_3 &= \bar{b}\bar{c}d + \bar{b}c\bar{d} + b\bar{c}\bar{d} + bcd.\end{aligned}\tag{20}$$

Поскольку в формировании переменных  $x_1, x_2, x_3$  используются трехразрядные минтермы, постольку получение этих переменных может быть выполнено на восьмиадресных мультиплексорах (рис. 36) с трехразрядным адресным управлением. В каждом из мультиплексоров питание пода-

ется на входы 0, 2, 4, 7, так как именно эти минтермы фигурируют в формулах (20).

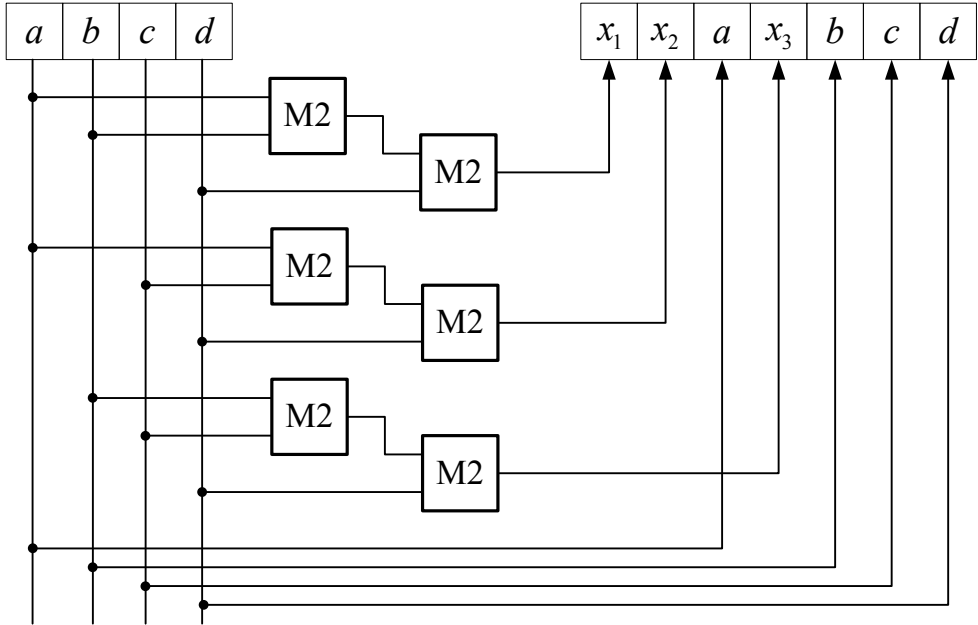


Рис. 35. Получение кода Хэмминга

Для синтеза декодирующего устройства на приемном конце канала связи воспользуемся логическими формулами

$$a' = a \oplus (\bar{y}_3 y_2 y_1),$$

$$b' = b \oplus (y_3 \bar{y}_2 y_1),$$

$$c' = c \oplus (y_3 y_2 \bar{y}_1),$$

$$d' = d \oplus (y_3 y_2 y_1),$$

обеспечивающими инверсию одного из входных сигналов ( $a, b, c, d$ ) в результате декодирования  $a', b', c', d'$ , если в соответствующем разряде произошло искажение сигнала, и сохранение сигнала (например,  $a' = a$ ), если искажения не было.

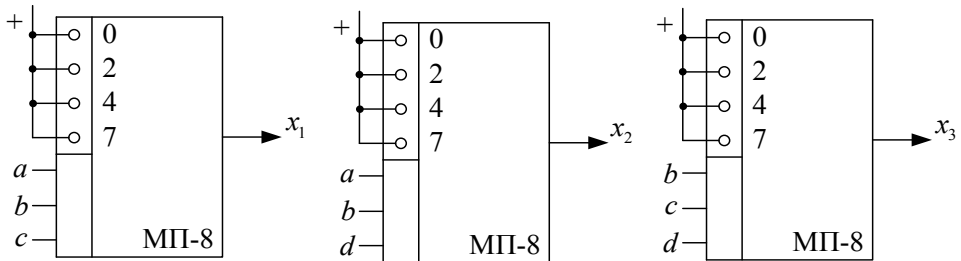


Рис. 36. Получение дополнительных разрядов в коде Хэмминга на мультиплексорах

При этом дополнительные переменные вычисляются (формируются) согласно формулам

$$y_1 = x_1 \oplus a \oplus b \oplus d;$$

$$y_2 = x_2 \oplus a \oplus c \oplus d;$$

$$y_3 = x_3 \oplus b \oplus c \oplus d.$$

Пусть искажение произошло в шестом разряде кода Хэмминга, т.е. в значении  $c$ , тогда  $y_1 = 0$ ;  $y_2 = 1$ ;  $y_3 = 1$ ;

$$a' = a \oplus (\bar{1} \cdot 1 \cdot 0) = a \oplus 0 = a;$$

$$b' = b \oplus (1 \cdot \bar{1} \cdot 0) = b \oplus 0 = b;$$

$$c' = c \oplus (1 \cdot 1 \cdot \bar{0}) = c \oplus 1 = \bar{c};$$

$$d = d \oplus (1 \cdot 1 \cdot 0) = d \oplus 0 = d.$$

Реализация структурной схемы декодирования на той или иной элементной базе не представляет затруднений.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

---

Абраменкова И. Оптические датчики тока и напряжения / Абраменкова И., Корнеев И., Троицкий Ю. // Компоненты и технологии. СПб., 2010. № 8. С. 60–63.

Арзамасцев Д. А. АСУ и оптимизация режимов энергосистем : учебное пособие для вузов / Арзамасцев Д. А., Бартоломей П. И., Холян А. М. М. : Высшая школа, 1983. 208 с.

Бартоломей П. И. Информационное обеспечение задач АСДУ энергосистем : учебное пособие / Бартоломей П. И. Екатеринбург : УГТУ, 1998.

Бартоломей П. И. Логические основы теории дискретных автоматов : учебное пособие / Бартоломей П. И. Екатеринбург : УГТУ-УПИ, 2001. 52 с.

Бартоломей П. И. Теоретические основы оптимизации режима ЭЭС: учебное пособие / Бартоломей П. И., Паздерин А. В., Шелюг С. Н. Екатеринбург : УГТУ-УПИ, 2008. 53 с.

Литвинская О. С. Основы теории передачи информации : учебное пособие / Литвинская О. С. Чернышев Н. И. М. : Кнорус, 2010. 168 с.

Орнов В. Г. Задачи оперативного и автоматического управления энергосистемами / Орнов В. Г., Рабинович М. А. М. : Энергоатомиздат, 1988. 223 с.

Тутевич В. Н. Телемеханика : учебное пособие для вузов / Тутевич В. Н. М. : Высшая школа, 1985. 423 с.

# ОГЛАВЛЕНИЕ

---

ВВЕДЕНИЕ .....	3
Важнейшие задачи управления режимами ЭЭС .....	4
Этапы управления в АСДУ ЭЭС .....	6
 <b>РАЗДЕЛ А. ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ</b>	
<b>ЗАДАЧ АСДУ ЭНЕРГОСИСТЕМ.....</b>	<b>15</b>
Глава 1. Управление и информация .....	15
Глава 2. Получение и движение информации .....	17
Глава 3. Основные источники погрешностей телеизмерений .....	24
Глава 4. Многоканальные системы телеметрии .....	26
Глава 5. Преобразование информации .....	30
Глава 6. Кодирование сообщений .....	38
Глава 7. Повышение помехоустойчивости передаваемой информации..	44
Глава 8. Обработка первичной информации .....	51
Глава 9. Новые информационные технологии в ЭЭС.....	57
 <b>РАЗДЕЛ Б. СИНТЕЗ ЦИФРОВЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ</b>	
<b>СИСТЕМ НА ОСНОВЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ .....</b>	<b>62</b>
Глава 1. Дискретные (цифровые) автоматы и системы .....	62
Глава 2. Элементы математической логики .....	66
Глава 3. Логические действия над двумя аргументами.....	72
Глава 4. Логические функции.....	74
Глава 5. Свойства минтермов и макстермов .....	78
Глава 6. Важнейшие теоремы и следствия .....	81
Глава 7. Применение теорем булевой алгебры к релейным схемам .....	87
Глава 8. Синтез логических схем .....	90
Глава 9. Упрощение логических функций методом Карно .....	93
Глава 10. Примеры синтеза логических автоматов.....	99
 <b>БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....</b>	<b>107</b>



### **БАРТОЛОМЕЙ ПЕТР ИВАНОВИЧ**

Профессор кафедры «Автоматизированные электрические системы» Уральского федерального университета, доктор технических наук, действительный член Российской академии инженерных наук, действительный член Ассоциации инженеров по электротехнике и электронике (Senior Member of IEEE), заслуженный работник высшей школы Российской Федерации. Родился в 1938 году, окончил Уральский политехнический институт имени Кирова в 1959 по специальности «Электроэнергетические системы и сети»



### **ТАЩИЛИН ВАЛЕРИЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ**

Ассистент кафедры «Автоматизированные электрические системы», аспирант, действительный член Ассоциации инженеров по электротехнике и электронике (Student Member of IEEE). Родился в 1991 году, окончил Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина в 2013 году по специальности «Релейная защита и автоматизация электроэнергетических систем»